

$p\bar{p} \rightarrow 4\gamma + X$ による fermiophobic higgs 粒子の
探索シミュレーション

大阪市立大学大学院 理学研究科
数物系専攻 高エネルギー研究室
坂井 俊之

2005年2月18日

概要

素粒子の現象論として現在最も広く信じられている標準模型で確認されなければならない最大のものがヒッグス粒子の存在である。ヒッグス場の導入方法のうちの1つ、2HDM(two higgs doublet model)-type1 の特別な場合に『fermiophobia』という現象がある。ここで現れるヒッグス粒子 (h_f) の探索で考えられていた反応プロセス「 $p\bar{p} \rightarrow V h_f$ (V:vector bosons)」において、 $\tan\beta$ の大きい領域は抑制されるため考慮されていなかった。ところが、新しいプロセス「 $p\bar{p} \rightarrow H^\pm h_f$ 」の提案により Tevatron Run II でのこの領域の探索が可能となった。

このプロセスをイベント発生用モンテカルロシミュレーションのツールとして2HDM(type1) 用に変更された PYTHIA を用い、 H^\pm の質量を 90GeV、120GeV、150GeV の3通りに設定した上で、 h_f の質量を 30GeV ~ 105GeV の質量領域について調べたところ、 H^\pm の質量が 120GeV の場合、 h_f は $m_{h_f} \leq 98\text{GeV}$ の領域で発見可能であり、仮に生成事象が観測されなくても $m_{h_f} \leq 95\text{GeV}$ の領域が除外できることが分かった。

目次

第 1 章	Introduction	1
第 2 章	Standard Model	2
2.1	基本粒子の紹介	2
2.2	ゲージ不変性	2
2.2.1	U(1) 局所ゲージ不変性	2
2.2.2	SU(2) 局所ゲージ不変性	4
2.3	ヒッグス機構	5
2.3.1	対称性の自発的破れ	5
2.3.2	ヒッグス機構	5
2.4	電弱理論	7
2.4.1	電弱相互作用	7
2.4.2	$SU(2)_L \times U(1)$ 局所ゲージ不変性	9
2.4.3	ゲージボソンの質量	9
2.4.4	フェルミ粒子の質量	10
2.4.5	標準模型におけるラグランジアン of 最終的な形	11
第 3 章	Standard Model の拡張	12
3.1	2HDM	12
3.2	fermiophobia	13
3.3	今までの h_f 探索	14
3.4	新しく導入するプロセス	15
第 4 章	PYTHIA を用いたシミュレーション	16
4.1	CDF 検出器	16
4.2	PYTHIA	18
4.3	2HDM(type1) 用 PYTHIA の検証	18
4.4	PYTHIA の設定	19
4.5	cross section	20
4.5.1	$H^\pm \rightarrow Wh_f$ の Branching Ratio	22
4.5.2	h_f の崩壊	23
4.5.3	cross section	23
4.6	事象の選択	25

4.6.1	終状態に残る粒子	25
4.6.2	E_T 分布と η 分布	25
4.6.3	バックグラウンド	25
4.6.4	事象の選択	28
4.7	不変質量	28
4.7.1	不変質量の計算方法	28
4.7.2	シグナル事象の不変質量分布	30
4.7.3	エネルギー分解能	30
4.7.4	バックグラウンド込みの不変質量分布	30
4.8	Scatter Plot	34
4.8.1	Scatter Plot の方法	34
4.8.2	結果	35
4.8.3	領域の選択	35
4.9	efficiency	39
4.10	発見可能な h_f の質量領域	41
4.10.1	シグナル、バックグラウンドの事象数の見積もり	41
4.10.2	発見可能領域	42
4.11	観測事象数 0 の場合の h_f の質量除外領域	43
4.11.1	上限値 (upper limit)	43
4.11.2	cross section の上限値	45
	第 5 章 まとめ	49
	付録 A 標準正規分布乱数発生プログラム	50
	付録 B 4.11.1 における計算の詳細	52

第1章 Introduction

高エネルギー物理は、主に加速器を用いて高いエネルギーの粒子を衝突させることによって極微の世界を調べるという分野である。これまでに様々な加速器が開発されたが、その度にエネルギーが高くなり、現在稼動している Tevatron では重心系でおよそ 2TeV のエネルギーを作りだすにまで至っている。この発展の結果、微細部分の構造が分かるとともに標準模型と呼ばれるモデルが構築され、素粒子の理論として現在最も広く信じられている。標準模型は実験と比較しても矛盾点は見つかっておらず、これまで数々の現象を説明してきたのだが、まだ確認されなければならない点がいくつか残っている。その最大のものがヒッグス粒子の存在である。ヒッグス粒子はこれまで様々な角度から探されてきたが現在のところ発見されておらず、この粒子の存在を予言するヒッグス機構が正しいのか否か、また正しい場合に標準模型が正しいのか、それ以外のヒッグス場の導入の仕方が正しいのか分かっていない。

ヒッグス場の導入方法の 1 つに 2HDM(type1) というモデルがあり、さらにその特別な場合に『fermiophobia』という現象がある。その特徴はヒッグス粒子とフェルミ粒子が相互作用しないという点にある。一般にフェルミ粒子と相互作用しないヒッグス粒子を fermiophobic higgs 粒子 (h_f) と呼び、質量が軽い場合は主に 2 つの photon(γ) へ崩壊する。 h_f に関して発見されておらず、質量がおよそ 100GeV より小さい領域には存在しないと結論づけられてきた。しかしそこにおいてなされた物理的仮定は 2HDM のようなより 'realistic' で厳密なモデルにおいては必ずしも妥当なものではなく、ある場合には探索した反応プロセスが強く抑制されるため、先の結論は有効ではなくなる。そこで、この場合において Tevatron で検出できるような新しいプロセス「 $p\bar{p} \rightarrow H^\pm h_f \rightarrow 4\gamma + X$ 」が提案された。 4γ というチャンネルはこれまで解析が行われておらず、その探索について検討する必要がある。

本論文において、第 2 章で標準模型について、第 3 章で 2HDM(type1) と fermiophobia の現象について簡単に触れたあと、第 4 章でシミュレーション内容を記述する。

第2章 Standard Model

2.1 基本粒子の紹介

現在の素粒子物理学では、物質は3世代のクォークとレプトンによって構成されており、それらの基本粒子は媒介粒子の伝達によって相互に作用するとされている(表 2.1 参照)。

クォークやレプトンはスピン $\frac{1}{2}$ のフェルミ粒子であり、一方力の媒介を行なう媒介粒子はスピンが整数のボーズ粒子である。クォークは量子数の違いに応じて6種類あり、表 2.1 のように $|\frac{Q}{|e|}| = +\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$ の2つが2重項を作り、これらを世代によって区別する。さらに、それぞれ color 量子数があり r(red), b(blue), g(green) の3種に分けられる。クォークは color の組み合わせが white になるような複合体(ハドロン)の構成要素としてしか存在できず、陽子(uud)や中性子(udd)など r, b, g のクォーク3つの組み合わせで構成されるバリオン(Baryon)かその反粒子、及びクォークと反クォークで構成されるメソン(Meson)として存在する。一方レプトンは強い相互作用を持たない軽い粒子の総称で、荷電レプトン(e^-, μ^-, τ^-)と中性レプトン(ν_e, ν_μ, ν_τ)とその反粒子で構成されている。それぞれの世代に属する粒子は全体で15個の成分を持ち、表 2.2(第1世代の例)のように5グループに分けられる。すなわち、color 荷を持つクォークの $SU(3)_c$ 3重項(レプトンは color 荷を持たないので1重項)、左巻き(Left-handed)成分の $SU(2)_L$ 2重項(右巻き成分は1重項)によって類別される。

これらの粒子間に働く相互作用は、電磁、強い、弱い、重力の4つあり、それぞれに対応する媒介粒子として、photon, gluon, W^\pm, Z^0 , Graviton がある。このうち、重力相互作用は現在のエネルギーレベルでは影響を与えないのでここでは考えない。弱い相互作用は全てのハドロン、レプトンに、強い相互作用はハドロン間のみ、電磁相互作用は電荷を持つ粒子間にそれぞれ働く。

2.2 ゲージ不変性

Standard Model(標準模型)は、弱い力と電磁気力を統合した電弱理論と強い力を記述する QCD の理論をひとまとめにしたものである。電弱理論は $SU(2)_L \times U(1)$ 対称性を持つゲージ理論である。これは、ゲージ不変性(位相不変)を基礎としたもので、これまで数々の現象を説明してきた。

2.2.1 $U(1)$ 局所ゲージ不変性

$U(1)$ 局所ゲージ不変性とは、 $U(1)$ 局所ゲージ変換

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi(x) \tag{2.1}$$

<物質を構成する基本粒子>

	第1世代	第2世代	第3世代	$Q/ e $
クォーク (quark)	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \times 3 \text{ color}$	$+\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{3}$
レプトン (lepton)	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$	0 -1

<媒介粒子>

力を媒介する粒子	それに対応する相互作用
γ (photon)	電磁相互作用
g (gluon)	強い相互作用
W^\pm, Z^0	弱い相互作用

表 2.1: 物質を構成する基本粒子とその媒介粒子

クォーク (quark)	$\begin{pmatrix} u_L & u_L & u_L \\ d_L & d_L & d_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_R & u_R & u_R \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} d_R & d_R & d_R \end{pmatrix}$
レプトン (lepton)	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix}$	e_R	

表 2.2: 第1世代に属する粒子の成分

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow e^{-i\alpha(x)}\bar{\psi}(x) \quad (2.2)$$

に対して、ラグランジアン

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (2.3)$$

が不変であるという性質の事である。

ここで、 ∂_μ の代わりに共変微分 D_μ をとる。具体的には

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad (2.4)$$

とし、ここで現れる A_μ が

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha \quad (2.5)$$

のように変換すると考える。すると、ラグランジアン (2.3) 式は ∂_μ を D_μ で置き換え

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \\ &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu \end{aligned} \quad (2.6)$$

とすることによって、局所ゲージ変換に対する不変性が成り立つ。この不変性を保つために導入せざるをえなかったベクトル場 A_μ がゲージ場である。このゲージ場は物理的な光子場

であるから、光子の運動エネルギー項をラグランジアンに付け加える必要がある。これは(2.5)式に対して不変でなくてはならないので、ゲージ不変な場のテンソル

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.7)$$

だけしか含むことができず、よってラグランジアン

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi + \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.8)$$

を得る。ここで、質量項 $\frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu$ はゲージ不変性によって禁止されるため、ゲージ粒子である光子の質量はゼロである。

2.2.2 SU(2) 局所ゲージ不変性

同じようなやり方で、SU(2) 局所ゲージ不変性について見る。自由フェルミ粒子のラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi \quad (2.9)$$

である。局所ゲージ変換

$$\psi(x) \rightarrow U\psi(x) \equiv e^{i\alpha_j(x)T_j}\psi(x) \quad (2.10)$$

に対して \mathcal{L} が不変である事を要求する。ここで、 U は SU(2) 群の変換を表す 2×2 行列、 $T_j (j = 1, 2, 3)$ は 2×2 の互いに独立な行列、 $\alpha_j(x)$ は群のパラメーターである。SU(2) 群の生成演算子 T_j は互いに非可換で

$$[T_a, T_b] = i\varepsilon_{abc}T_c \quad (2.11)$$

の関係を満たす。無限小 SU(2) 局所ゲージ変換

$$\psi(x) \rightarrow \{1 + i\alpha_j(x)T_j\}\psi(x) \quad (2.12)$$

$$\partial_\mu\psi(x) \rightarrow \{1 + i\alpha_j(x)T_j\}\partial_\mu\psi(x) + iT_j\psi(x)\partial_\mu\alpha_j \quad (2.13)$$

に対して \mathcal{L} が不変であるためには、共変微分 D_μ 、3 個のゲージ場 W_μ^i を

$$D_\mu = \partial_\mu + igT_iW_\mu^i \quad (2.14)$$

$$W_\mu^i \rightarrow W_\mu^i - \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha^i - \varepsilon_{ijk}\alpha^jW_\mu^k \quad \text{と変換} \quad (2.15)$$

とすれば良い。このとき得られるラグランジアンに W_μ^i のゲージ不変な運動エネルギー項を加えて最終的に、

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi - g\left(\bar{\psi}\gamma^\mu T_i\psi\right)W_\mu^i - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^iW_i^{\mu\nu} \quad (2.16)$$

を得る。このとき、ゲージ場の質量項があるとラグランジアンのゲージ不変性が破れるので W の質量はゼロとなる。しかし、 W^\pm, Z^0 は質量を持つということが実験結果として分かっている。この問題点を解消するのがヒッグス機構である。

2.3 ヒッグス機構

2.3.1 対称性の自発的破れ

複素スカラー場 $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ に対するラグランジアンとして、

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - V(\phi) \quad (2.17)$$

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2 \quad (2.18)$$

を考える。これは変換 $\phi \rightarrow e^{i\alpha} \phi$ に対して不変である。(2.17),(2.18) 式を ϕ_1, ϕ_2 で表すと

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (2.19)$$

となる。ここで、 $\lambda > 0, \mu^2 < 0$ の場合を考えると、ポテンシャル $V(\phi)$ を最小にする ϕ の値は

$$v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \quad (2.20)$$

として、

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = v^2 \quad (2.21)$$

を満たす ϕ_1, ϕ_2 平面内の半径 v の円周上にある (図 2.1 参照)。場は原点に対して対称である。極小値の周りに展開するため、円周上の 1 点を選ぶ。対称性よりどの 1 点を選んでも一般性は失われないので、展開の中心として $\phi_1 = v, \phi_2 = 0$ をとる。真空からのずれを η, ξ で表すと

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{v + \eta(x) + i\xi(x)\} \quad (2.22)$$

である。これを (2.17) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' = & \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 + \mu^2 \eta^2 \\ & - \lambda v(\eta \xi^2 + \eta^3) - \frac{1}{2}\lambda \eta^2 \xi^2 - \frac{1}{4}\lambda \eta^4 - \frac{1}{4}\lambda \xi^4 + \text{const.} \end{aligned} \quad (2.23)$$

となる。第 3 項目に着目すると、これは η 場の質量項に相当している。 $-\frac{1}{2}m_\eta^2 \eta^2$ と比較すると η の質量が $m_\eta = \sqrt{-2\mu^2}$ となる。一方、 ξ の質量項は現れないので、 ξ は質量を持たない。この粒子をゴールドストーンボソン (Goldstone Boson) と呼ぶ。

ラグランジアンが最初に持っていた対称性が、極小値のうちの 1 点を選び展開することによって破れ、代わりに 1 つの場が質量を持つという機構が「自発的対称性の破れ」である。

2.3.2 ヒッグス機構

2.3.1 にならって SU(2) ゲージ対称性を破る。複素スカラー場の SU(2) の 2 重項

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

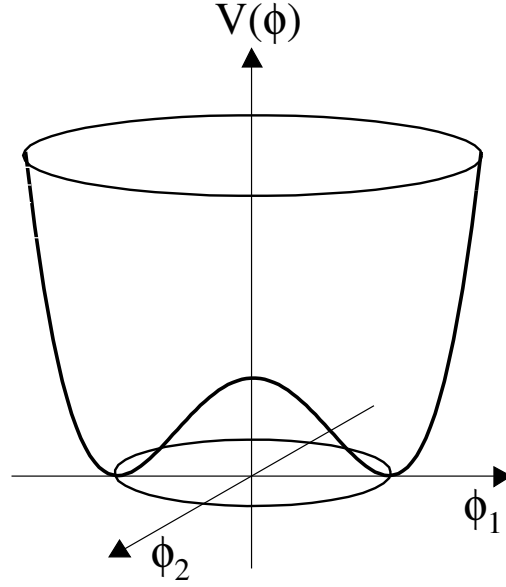


図 2.1: ヒッグスポテンシャル $V(\phi)$

をラグランジアン

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (2.25)$$

に導入する。 \mathcal{L} が $SU(2)$ 局所ゲージ不変性を保つために ∂_μ を共変微分

$$D_\mu = \partial_\mu + i g \frac{\tau_j}{2} W_\mu^j \quad (2.26)$$

に置き換え、無限小ゲージ変換

$$\psi(x) \rightarrow \left\{ 1 + i \alpha(x) \cdot \frac{\tau_j}{2} \right\} \psi(x) \quad (2.27)$$

に対し、3つのゲージ場 W_μ^i を

$$\mathbf{W}_\mu \rightarrow \mathbf{W}_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha - \alpha \times \mathbf{W}_\mu \quad (2.28)$$

と変換する。ここで、 τ_j はパウリスピン行列で $T_j = \frac{\tau_j}{2}$ である。これにより、ゲージ不変なラグランジアン

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left(\partial_\mu \phi + i g \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu \phi \right)^\dagger \left(\partial^\mu \phi + i g \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}^\mu \phi \right) \\ & - \frac{1}{4} \mathbf{W}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{W}^{\mu\nu} - V(\phi) \end{aligned} \quad (2.29)$$

を得る。ここで、

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (2.30)$$

$$\mathbf{W}_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \mathbf{W}_\nu - \partial_\nu \mathbf{W}_\mu - g \mathbf{W}_\mu \times \mathbf{W}_\nu \quad (2.31)$$

であり、ゲージ場の運動エネルギー項が加えてある。

$\lambda > 0$, $\mu^2 < 0$ の場合、ポテンシャル項 $V(\phi)$ は

$$\phi^\dagger \phi = \frac{1}{2} (\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2) = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \quad (2.32)$$

の値で最小になる。ある特定の最小値

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0, \quad \phi_3^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} \equiv v^2 \quad (2.33)$$

の周りで $\phi(x)$ を展開する。すなわち、

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

ととり \mathcal{L} に代入すると、共変微分の項からゲージボソンの質量項

$$\frac{g^2 v^2}{8} \left\{ (W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2 + (W_\mu^3)^2 \right\} \quad (2.35)$$

が現れる。これより、 W_μ^i の質量 $m_W = \frac{gv}{2}$ が得られる。また、 $V(\phi)$ の項よりヒッグス粒子 h の質量 $m_h = \sqrt{-2\mu^2}$ が得られる。つまり、このラグランジアンは3個の質量をもったゲージ場と1個の質量をもったスカラー場を記述する事になる。これが「ヒッグス機構」と呼ばれるものである。

2.4 電弱理論

2.4.1 電弱相互作用

電弱理論は文字通り電磁相互作用と弱い相互作用を統合したものである。この理論では、弱アイソスピンと弱ハイパー荷が登場する。電子とニュートリノの2重項を

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad (2.36)$$

とすると、弱カレントの「アイソスピン」3重項 J_μ^i 、電磁カレント j_μ 、弱ハイパー荷カレント j_μ^Y はそれぞれ

$$J_\mu^i(x) = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \frac{\tau_i}{2} \chi_L \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.37)$$

$$j_\mu \equiv e j_\mu^{em} = e \bar{\psi} \gamma_\mu Q \psi \quad (2.38)$$

$$j_\mu^Y = \bar{\psi} \gamma_\mu Y \psi \quad (2.39)$$

で表される。ここで、 Q は電荷演算子で、電子の場合、固有値は -1 である。また、弱ハイパー荷 Y は

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2} \quad (2.40)$$

で定義される。即ち、

$$j_\mu^{em} = J_\mu^3 + \frac{j_\mu^Y}{2} \quad (2.41)$$

が成り立つ。レプトン・クォークの弱アイソスピンと弱ハイパー荷量子数は表 2.3 に載せる。これらの電弱カレントはベクトルボソンと相互作用する。『標準模型』を構成しているのは、弱アイソスピンカレント J_μ^i と強さ g で相互作用するアイソスピン 3 重項 W_μ^i と、弱ハイパー荷カレント j_μ^Y と強さ $\frac{g'}{2}$ で相互作用する 1 個のベクトル場 B_μ である。よって、基本的電弱相互作用は

$$-i g (J^i)^\mu W_\mu^i - i \frac{g'}{2} (j^Y)^\mu B_\mu \quad (2.42)$$

である。ここで、場

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp i W_\mu^2) \quad (2.43)$$

は質量を持った荷電ボソン W^\pm を表す。 W_μ^3 、 B_μ は中性場である。対称性の破れによってボソンに質量を与えると、2 つの中性場は混合し質量固有状態は

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

となる。ここで、 θ_W は Weinberg 角という。これを用いると電弱中性カレントの相互作用は

$$\begin{aligned} -i g j_\mu^3 (W^3)^\mu - i \frac{g'}{2} j_\mu^Y B^\mu &= -i \left(g \sin \theta_W J_\mu^3 + g' \cos \theta_W \frac{j_\mu^Y}{2} \right) A^\mu \\ &\quad - i \left(g \cos \theta_W J_\mu^3 - g' \sin \theta_W \frac{j_\mu^Y}{2} \right) Z^\mu \end{aligned} \quad (2.45)$$

と書ける。ところで、QED(電気量子力学)において電磁相互作用は $-i e (j^{em})^\mu A_\mu$ で表されるので、(2.41)、(2.45) 式を用い A_μ の項の係数を比較することにより

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e \quad (2.46)$$

の関係が得られる。

レプトン	T	T^3	Q	Y	クォーク	T	T^3	Q	Y
ν_e	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	u_L	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
e_L^-	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	d_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
					u_R	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
e_R^-	0	0	-1	-2	d_R	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$

表 2.3: レプトン・クォークの弱アイソスピンと弱ハイパー荷量子数

2.4.2 $SU(2)_L \times U(1)$ 局所ゲージ不変性

$SU(2) \times U(1)$ 局所ゲージ変換に対して不変であるラグランジアン of 電子とニュートリノの 2 重項の組に対する部分は、弱ハイパー荷 $Y_L = -1$, $Y_R = -2$ (表 2.3 参照) を用いると

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = \bar{\chi}_L \gamma^\mu \left\{ i \partial_\mu - g \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu - g' \left(-\frac{1}{2} \right) B_\mu \right\} \chi_L + \bar{e}_R \gamma^\mu \{ i \partial_\mu - g' (-1) B_\mu \} e_R \\ - \frac{1}{4} \mathbf{W}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} \cdot B^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.47)$$

のようになる。ここで

$$B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.48)$$

であり、 e_R は、右手系アイソスピン 1 重項 ψ_R の事である。また、(2.47) 式の第 3 項目は \mathbf{W}^μ の運動エネルギーと自己相互作用、第 4 項目は B^μ の運動エネルギーを表す。この時、不変性を保つために、

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + i g \mathbf{T} \cdot \mathbf{W}_\mu + i g' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (2.49)$$

$$\chi_L \rightarrow \chi'_L = e^{i\alpha(x) \cdot \mathbf{T} + i\beta(x) Y} \chi_L \quad (2.50)$$

$$\psi_R \rightarrow \psi'_R = e^{i\beta(x) Y} \psi_R \quad (2.51)$$

$$B_\mu \rightarrow B'_\mu = B_\mu - \frac{2}{g'} \partial_\mu \beta(x) \quad (2.52)$$

$$\mathbf{W}_\mu \rightarrow \mathbf{W}'_\mu = \mathbf{W}_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha(x) - \alpha(x) \times \mathbf{W}_\mu \quad (2.53)$$

と変換させればよい。しかし、 \mathcal{L}_1 が記述しているのは質量ゼロのゲージボソンとフェルミ粒子である。ここで、ゲージ不変な方法で粒子の質量を生成するためにヒッグス機構を用いる。

光子は質量ゼロのまま W^\pm と Z_0 が質量を得るようなヒッグス場を導入する。 \mathcal{L}_1 に $SU(2) \times U(1)$ 局所ゲージ変換に対して不変なラグランジアンを付け加えるために、Weinberg はハイパー荷 $Y = 1$ のアイソスピン 2 重項

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

をとった。付加ラグランジアンは

$$\mathcal{L}_2 = \left| \left(i \partial_\mu - g \mathbf{T} \cdot \mathbf{W}_\mu - g' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \phi \right|^2 - V(\phi) \quad (2.55)$$

である。以上により、電弱相互作用の標準模型 (Weinberg-Salam 模型) が完成する。

2.4.3 ゲージボソンの質量

(2.55) 式で質量に関する項は、 v を真空期待値として

$$\left| \left(-i g \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \cdot \mathbf{W}_\mu - \frac{i}{2} g' B_\mu \right) \phi \right|^2$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{8} \left| \begin{pmatrix} g W_\mu^3 + g' B_\mu & g(W_\mu^1 - i W_\mu^2) \\ g(W_\mu^1 + i W_\mu^2) & -g W_\mu^3 + g' B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \\
&= \frac{1}{8} v^2 g^2 \left\{ (W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2 \right\} + \frac{1}{8} v^2 (g' B_\mu - g W_\mu^3)^2 \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{v g}{2} \right)^2 \left\{ W_\mu^+ W^{+\mu} + W_\mu^- W^{-\mu} \right\} + \frac{1}{2} \left(\frac{v \sqrt{g^2 + g'^2}}{2} \right)^2 Z_\mu Z^\mu \quad (2.56)
\end{aligned}$$

である。ここで、

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp i W_\mu^2) \quad (2.57)$$

$$A_\mu = \frac{g' W_\mu^3 + g B_\mu}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (2.58)$$

$$Z_\mu = \frac{g W_\mu^3 - g' B_\mu}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (2.59)$$

である。(2.56) 式より、

$$m_A = 0 \quad (2.60)$$

$$m_W = \frac{1}{2} v g \quad (2.61)$$

$$m_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2} \quad (2.62)$$

となる。また、(2.46) 式を用いると

$$\frac{m_W}{m_Z} = \cos \theta_W \quad (2.63)$$

が得られる。

2.4.4 フェルミ粒子の質量

(2.54) 式のヒッグス 2 重項は、レプトンとクォークにも質量を与えることができる。電子の質量生成を例にとると、SU(2) × U(1) 不変なラグランジアンとして、

$$\mathcal{L}_{\text{YUKAWA}} = -G_e \left\{ (\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^-, \phi^+) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right\} \quad (2.64)$$

を取り入れる。対称性を自発的に破って、

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

を(2.64) 式に代入すると、

$$\mathcal{L}_{\text{YUKAWA}} = -\frac{G_e}{\sqrt{2}} v (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{G_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) h(x) \quad (2.66)$$

となる。よって、第1項目より電子の質量 m_e は

$$m_e = \frac{G_e v}{\sqrt{2}} \quad (2.67)$$

となる。第2項目は電子とヒッグス粒子の相互作用を表しており、その大きさは m_e に比例している。

2.4.5 標準模型におけるラグランジアン of 最終的な形

以上より、得られる完全なラグランジアンは

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} \mathbf{W}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} \cdot B^{\mu\nu} \\ & + \bar{L} \gamma^\mu \left(i \partial_\mu - g \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu - g' \frac{Y}{2} B_\mu \right) L + \bar{R} \gamma^\mu \left(i \partial_\mu - g' \frac{Y}{2} B_\mu \right) R \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$+ \left| \left(i \partial_\mu - g \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu - g' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \phi \right|^2 - V(\phi) \quad (2.69)$$

$$- \left(G_1 \bar{L} \phi R + G_2 \bar{L} \phi_c R + \text{Hermite 共役項} \right) \quad (2.70)$$

となる。ここで、 L は左巻きフェルミ粒子 2 重項、 R は右巻きフェルミ粒子 1 重項のことである。第1, 第2項目は W^\pm, Z, γ の運動エネルギーと自己相互作用、第3, 第4項目はレプトン・クォークの運動エネルギー及びそれらと W^\pm, Z, γ との相互作用、第5, 第6項目は $W^\pm, Z, \gamma, \text{Higgs}$ の質量と結合する要素、第7項目以降はレプトン・クォークの質量と Higgs との結合をそれぞれ表す。

第3章 Standard Model の拡張

3.1 2HDM

標準模型を拡張したものの1つに2HDM(two higgs doublet model)(論文 [1] 参照)がある。これは、 $SU(2) \times U(1)$ のゲージ理論内で、2つの複素スカラー場 2重項

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

をもつモデルである。よって、2つの真空期待値 V, v

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ V \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

が現れる。完全な CP 保存を課し、ヒッグスラグランジアンが個々の変換 $\phi_1 \rightarrow -\phi_1, \phi_2 \rightarrow +\phi_2$ に対して不変であると要求する事によって得られる最も一般的なヒッグスポテンシャルは

$$\begin{aligned} V(\phi_1, \phi_2) = & \lambda_1 (\phi_1^+ \phi_1 - V^2)^2 + \lambda_2 (\phi_2^+ \phi_2 - v^2)^2 \\ & + \lambda_3 \left\{ (\phi_1^+ \phi_1 - V^2) + (\phi_2^+ \phi_2 - v^2) \right\}^2 \\ & + \lambda_4 \left\{ (\phi_1^+ \phi_1) (\phi_2^+ \phi_1) - (\phi_1^+ \phi_2) (\phi_2^+ \phi_1) \right\} + \lambda_6 \left(\text{Im} (\phi_1^+ \phi_2) \right)^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

のようになる。この時、ベクトルボソンの質量を計算すると、

$$m_W^2 = \frac{1}{2} g^2 (v^2 + V^2) \quad (3.4)$$

$$m_Z = \frac{m_W}{\cos \theta_W} \quad (3.5)$$

となる。今、 ϕ_1 と ϕ_2 は8つの自由度で構成されている。3つのゴールドストーンボソンは W^\pm や Z^0 に質量を与え、残る5つは物理的なヒッグス粒子である。さらに、charged sector の4自由度は G^\pm, H^\pm 、neutral sector の4自由度は G^0, h^0, H^0, A^0 にそれぞれ対応する。ゴールドストーンボソンは ϕ_1, ϕ_2 の各成分の線形結合で表され、書き下すと

$$G^\pm = \phi_1^\pm \cos \beta + \phi_2^\pm \sin \beta \quad (3.6)$$

$$G^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos \beta \text{Im} \phi_1^0 + \sin \beta \text{Im} \phi_2^0 \right) \quad (3.7)$$

のようになる。ここで、

$$\tan \beta = \frac{v}{V} \quad (3.8)$$

である。荷電ヒッグス H^\pm は G^\pm と直交しなければならないので

$$H^\pm = -\phi_1^\pm \sin \beta + \phi_2^\pm \cos \beta \quad (3.9)$$

となる。同様に、3つの物理的中性ヒッグス粒子は全て G^0 と直交しなければならない。これらは、 $-\sin \beta \operatorname{Im} \phi_1^0 + \cos \beta \operatorname{Im} \phi_2^0$ と $\operatorname{Re}(\phi_1^0 - V)$ と $\operatorname{Re}(\phi_2^0 - v)$ の線形結合であり、

$$H^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \cos \alpha \operatorname{Re}(\phi_1^0 - V) + \sin \alpha \operatorname{Re}(\phi_2^0 - v) \right\} \quad (3.10)$$

$$h^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ -\sin \alpha \operatorname{Re}(\phi_1^0 - V) + \cos \alpha \operatorname{Re}(\phi_2^0 - v) \right\} \quad (3.11)$$

$$A^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ -\sin \beta \operatorname{Im} \phi_1^0 + \cos \beta \operatorname{Im} \phi_2^0 \right\} \quad (3.12)$$

で表される。ここで、 α は h^0 と H^0 の mixing angle である。

3.2 fermiophobia

2HDM には type1 と type2 がある。2つの違いは

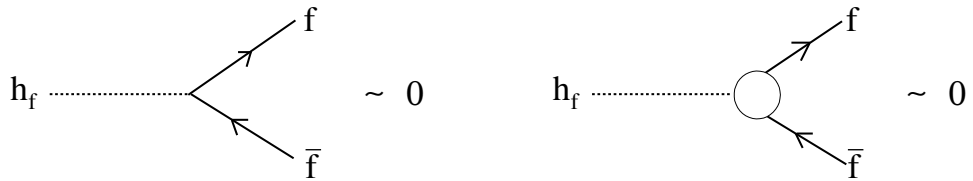
- type1 : ϕ_1 は全てのフェルミ粒子とカップリングしない
 ϕ_2 は全てのフェルミ粒子とカップリングする
- type2 : ϕ_1 は up タイプのフェルミ粒子とカップリングしない
 ϕ_2 は down タイプフェルミ粒子とカップリングする

である。『fermiophobia』の現象が現れるのはこのうち type1 の方である。これは、 h^0 がフェルミ粒子とカップリングしないという特徴を持つ。

一般に 2HDM(type1) において、CP-even の固有状態 h^0 , H^0 は質量行列での mixing のためにフェルミ粒子とカップリングできる。最も軽い h^0 は

$$h^0 f \bar{f} \sim \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (3.13)$$

でフェルミ粒子とカップリングする。しかしここで $\cos \alpha \rightarrow 0$ の場合を考えると、(3.13) 式のカップリングは tree-level で $h^0 f \bar{f} \sim 0$ となる。one-loop レベルでは、ベクトルボソンやヒッグスポソンの loop を経由した $h^0 f \bar{f}$ が残るが、一般にどちらの場合においてもこのカップリングは小さいと予想される。この時の h^0 を fermiophobic higgs 粒子と呼び h_f と表記する。 h_f の主な崩壊は $\gamma\gamma, W^*W^*, Z^*Z^*$ である。2HDM(type1) 用 PYTHIA(後述) によって作成した崩壊の Branching Ratio は図 4.9 に載せてある。 m_{h_f} が小さい領域ではほぼ 100% で 2γ に崩壊する。



3.3 今までの h_f 探索

h_f の探索はこれまで LEP と Tevatron で行われてきた。考えられていた反応プロセスは主に

$$\begin{cases} e^+e^- \rightarrow Z^* \rightarrow h_f Z & (e^+e^- \text{ collider}) \\ qq' \rightarrow V^* \rightarrow h_f V & (\text{hadron collider}) \end{cases} \quad (3.14)$$

である (図 3.1 参照)。tree-level fermiophobia の状態 ($\cos \alpha \rightarrow 0$) の場合、カップリング $h_f VV$ は

$$\begin{aligned} h_f VV &\sim \sin^2(\beta - \alpha) \\ &\rightarrow \cos^2 \beta \left(= \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \right) \quad (\cos \alpha \rightarrow 0) \end{aligned} \quad (3.15)$$

となる。 $\tan \beta$ が大きい領域ではこのカップリングは抑制を受ける。よって、これまでの探索は $\tan \beta$ が小さい領域 ($\tan \beta \approx \beta$) について行われてきた。結局 h_f は未発見で、代わりに m_{h_f} の小さい領域が排除された (表 3.1 参照)。 $\tan \beta \approx \beta$ となるような領域では h_f は ϕ^0 (SM のヒッグス粒子) に近くなる。LEP での探索は、

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow Zh_f)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow Z\phi^0)}$$

とすると $R = 1$ のシナリオで行われ、 $m_{h_f} \geq 109 \text{ GeV}$ とされていた。これは、例えば

$$\begin{cases} m_{h_f} \leq 80 \text{ GeV} \rightarrow R \leq 0.1 \\ m_{h_f} \leq 50 \text{ GeV} \rightarrow R \leq 0.01 \end{cases}$$

を要求するように、 $R \neq 1$ では軽い h_f を許す。LEP が終了し、Tevatron Run II がもうしばらく続けられるが、 $h_f VV$ カップリングの抑制のため $m_{h_f} \leq 80 \text{ GeV}$ の h_f は検出されないままである事が予想される。

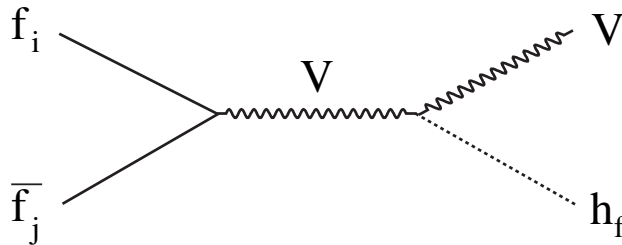


図 3.1: 一般的なプロセス

collider	collaboration	considered channel	observed limit of m_{h_f}
LEP	OPAL DELPHI ALEPH L3	(4group) $e^+e^- \rightarrow h_f Z (h_f \rightarrow \gamma\gamma)$	$m_{h_f} \geq 109 [\text{GeV}]$
		(OPAL&DELPHI) $e^+e^- \rightarrow H_f A^0 (H_f \rightarrow \gamma\gamma)$	
Tevatron	DØ CDF	(L3) $e^+e^- \rightarrow h_f Z (h_f \rightarrow WW^*)$	$m_{h_f} \geq 78.5 [\text{GeV}]$ $m_{h_f} \geq 82 [\text{GeV}]$
		$q\bar{q} \rightarrow V^* \rightarrow h_f V (h_f \rightarrow \gamma\gamma)$ ($V = W, Z$)	

表 3.1: LEP、Tevatron による h_f 探索

3.4 新しく導入するプロセス

$h_f VV$ カップリングが抑制される領域 ($\tan\beta$: 大) でも、Tevatron Run II で h_f 検出が可能な (3.14) 式とは別の新しい 4 つのプロセスが提案された (論文 [2] 参照)。これらはいずれも Branching Ratio が大きい

$$H^\pm \rightarrow h_f W^{(*)}, \quad A^0 \rightarrow h_f Z^{(*)} \quad (3.16)$$

の崩壊を最大限利用している。4 つのうち最も cross section が大きいと予想されるのが

$$q\bar{q} \rightarrow H^\pm h_f \quad (3.17)$$

のプロセスである (図 3.2 参照)。ここで現れるカップリング $H^\pm h_f W^\pm$ は

$$H^\pm h_f W^\pm \sim \sin\beta \quad (3.18)$$

であり、 $\tan\beta$ が大きくなっても抑制されることはない。つまりこのプロセスを使えば、これまで $h_f VV$ カップリングの抑制のために避けられていた $\tan\beta$ の大きい領域を探索することができる。このプロセスにおいて、 $h_f \rightarrow 2\gamma$, $H^\pm \rightarrow h_f W^{(*)}$ の崩壊により導かれる 4γ チャンネルはこれまで解析が行われていないため検出可能性を検討する必要がある。

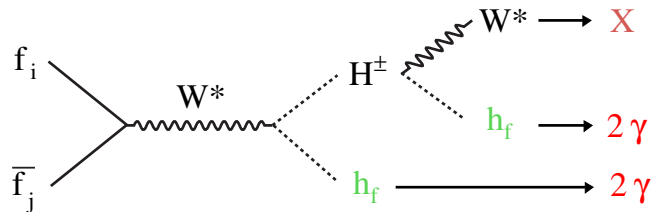


図 3.2: 新しく導入したプロセス

第4章 PYTHIA を用いたシミュレーション

4.1 CDF 検出器

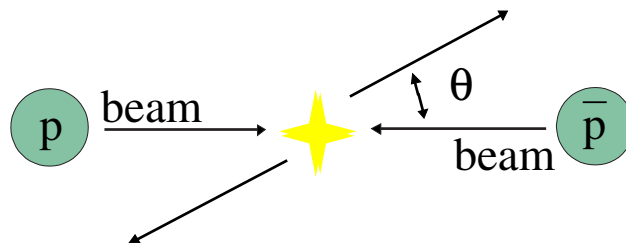
Tevatron 内に、CDF(the Collider Detector at Fermilab) という検出器がある。その概略が図 4.1 である。図の左右から入射されるビームはその中央で反応を起こす。ビームパイプの周りには高分解能の silicon strip detectors が取り付けられている。その外側には、荷電粒子の運動量と座標を測るための円筒のドリフトチェンバー、1.4 テスラの軸性場を供給する超伝導ソレノイド、electromagnetic-shower を捕えるための ele-mag calorimeter、hadronic-shower を捕えるための hadronic calorimeter、magnet、鉄の吸収体で成り立つ muon detector の順に取り付けられている。

この検出器で実験を行う CDF 実験グループは 1979 年に結成され、 t クォークや B_C 中間子の発見、 W の質量や t クォークの生成断面積、質量、 b -ハドロンの質量と寿命の測定など、素粒子物理学の歴史に刻まれる数々の実績を挙げてきた。本論文の目的はここでの h_f の発見を願いつつ、CDF に合わせた検出可能性を探る事である。

検出器の断面を描いたのが図 4.2 である。実験にあたって使用されるいくつかの定義について簡単に触れる。まず η と呼ばれる量は、

$$\eta \equiv -\log\left(\tan\frac{\theta}{2}\right) \quad (4.1)$$

で表される。ここで θ は、ビーム軸と反応後に飛来する粒子の方向とのなす角である (下図参照)。



CDF Detector

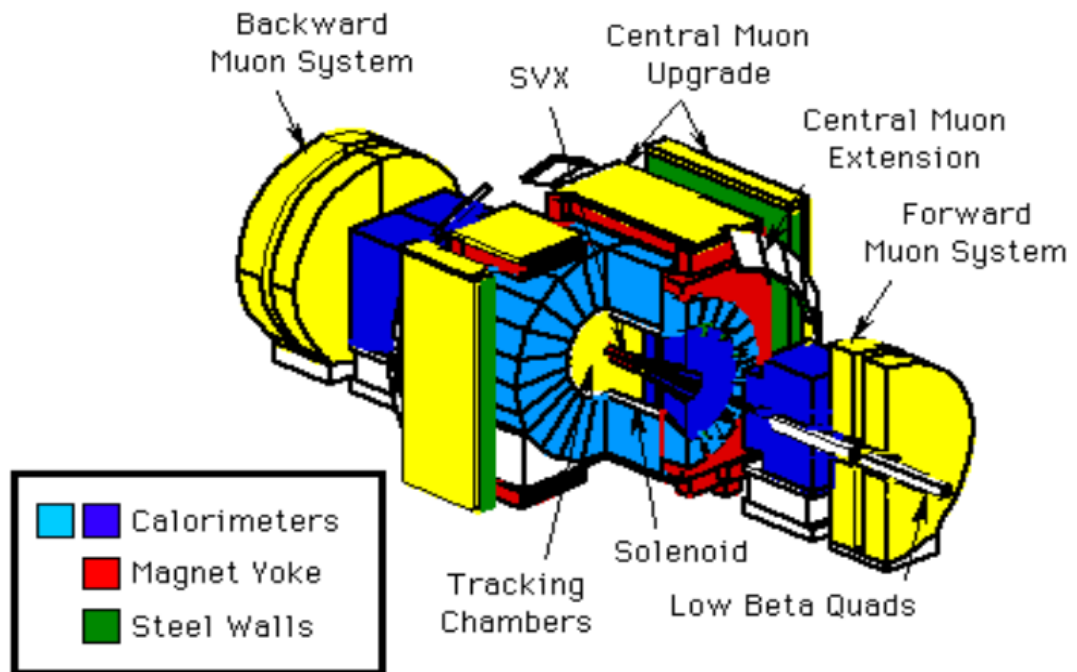


図 4.1: CDF 検出器

The CDF Upgrade

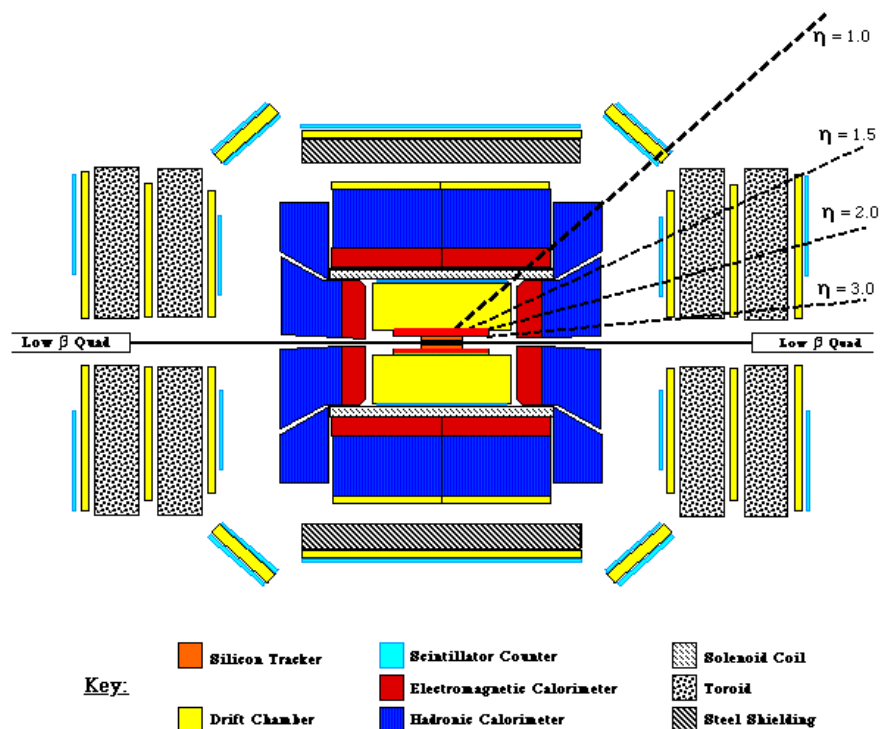


図 4.2: CDF 検出器の断面図

さらに、 P_T , E_T と呼ばれる量があり、それぞれ

$$\begin{cases} P_T : \text{ ビーム軸に垂直な方向の運動量} & \rightarrow P_T \equiv |\mathbf{P}| \times \sin \theta \\ E_T : \text{ ビーム軸に垂直な方向のエネルギー} & \rightarrow E_T \equiv E \times \sin \theta \end{cases} \quad (4.2)$$

で定義される。さらに、ルミのシティ L という量がある。これは、加速器の性能の1つでイベント数を N 、cross section を σ 、検出効率を ε とすると

$$N = \sigma \times L \times \varepsilon \quad (4.3)$$

の式が成り立つ。平たく言うと、粒子が出逢ったときの反応のしやすさ (σ) と粒子が出逢う回数 (L) とセレクションによる割合 (ε) の積が反応する数 (N) であると捉えられる。 σ は自然界において決まっている数であるのでこれによって N を増やす事はできない。しかし、 L は加速器の精度を上げることによって大きくすることができる。例えば、ビーム内のバンチ数を増やしたりビーム幅を絞ったり時間をかけたりすることで L を大きくできる。その意味で、ルミのシティは加速器の性能の1つといえる。Tevatron Run II では、およそ $4 \text{ fb}^{-1} \sim 8 \text{ fb}^{-1}$ である。

以降の解析においてこれらの量を用いる。

4.2 PYTHIA

今回の解析では PYTHIA を用いる。PYTHIA とは、高エネルギーの物理事象を生成するためのモンテカルロシミュレーションツールである ([3] 参照)。入射粒子の種類やエネルギー、発生事象数、事象内におけるプロセスなどを指定すると、cross section や Branching Ratio、発生した粒子の運動量やエネルギーなどを知ることができる。

PYTHIA のデフォルトは 2HDM(type2) の MSSM に設定されているが、今回の解析では 2HDM(type1) を扱うのでそれ専用に変更したものをを用いる。

4.3 2HDM(type1) 用 PYTHIA の検証

変更された PYTHIA が正しく動くかどうかを調べるためにいくつかのプログラムを走らせ、論文と比較することによって検証した。

図 4.3 では、 $H^\pm \rightarrow W^* A$ の崩壊について比較した。 $m_A = 10 \text{ GeV}$ に設定し、 $m_{H^\pm} = 40, 50, 60, 80 \text{ GeV}$ についての Branching Ratio を $\tan \beta$ の関数として表したものである。赤の実線は実際にプログラムを走らせたもの、緑の破線は論文 ([4] 参照) より得たものである。また、図 4.4 は図 4.3 で $m_A = 40 \text{ GeV}$ とし、 $m_{H^\pm} = 50, 60, 70, 80 \text{ GeV}$ について描いたものである。両図とも非常によく合っている事が分かる。

よって、2HDM(type1) 用に変更された PYTHIA は正常に動く判断した。

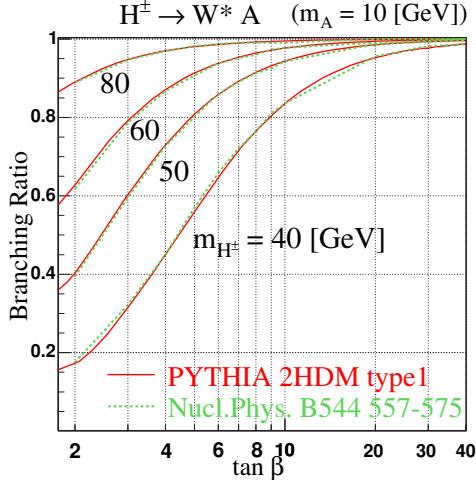


図 4.3: $H^\pm \rightarrow W^* A$ に関して論文と比較した図 ($m_A = 10$ GeV)

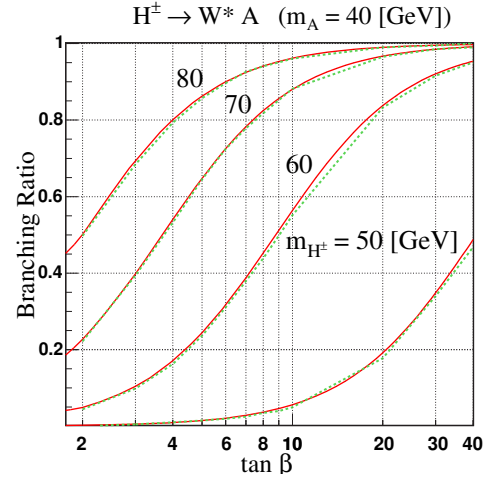


図 4.4: $H^\pm \rightarrow W^* A$ に関して論文と比較した図 ($m_A = 40$ GeV)

4.4 PYTHIA の設定

PYTHIA はいくつかのサブルーチンのみによって構成されている。よってそれらを引き出すためのメインプログラムはユーザー自身が作成しなければならない。必要な情報を得るための設定はそこで行わなければならない。本論文の目的が 2HDM(type1) 「fermiophobia」内の反応プロセス「 $p\bar{p} \rightarrow H^\pm h_f$ 」における Tevatron での h_f 検出可能性を検討する事であるから、これを念頭において次のような設定をした。

- 陽子と反陽子を重心系のエネルギー $\sqrt{s} = 1960$ GeV で衝突させる。
- $\alpha = \frac{\pi}{2}$
- $\tan \beta = 10$

まず 1 つめの設定は Tevatron に関する条件である。Tevatron では最高ビームエネルギーが重心系でおよそ 1.96 TeV となるまで加速された陽子・反陽子の衝突が行われているため、それに合わせる必要がある。2 つめの設定は「fermiophobia」の状態にするためのものである。 $\cos \alpha \rightarrow 0$ となればどう設定しても良い。3 つめの設定は $\tan \beta$ に関してである。これは、図 4.5 を見ても分かるように、 $H^\pm h_f$ の生成断面積が Wh_f のそれより大きい範囲、すなわち $\tan \beta \geq 3$ であればよいが、ここではその比がおよそ 10 倍となっているような $\tan \beta$ の値を選んだ。

また、ヒッグス粒子とのカップリングについても設定しなければならない。表 4.1 はそれぞれのカップリングに $\alpha = \frac{\pi}{2}$ を代入し $\tan \beta$ の関数としたものである。解析では、これに $\tan \beta = 10$ を代入した値をパラメーター (PARU) として設定した。ここで、これらを自分で決めるためのスイッチとして $\text{MSTP}(4) = 1$ としなければならない事に注意する必要がある。また表 4.1 内に現れる θ_W は Weinberg 角で、

$$\cos^2 \theta_W = 0.768$$

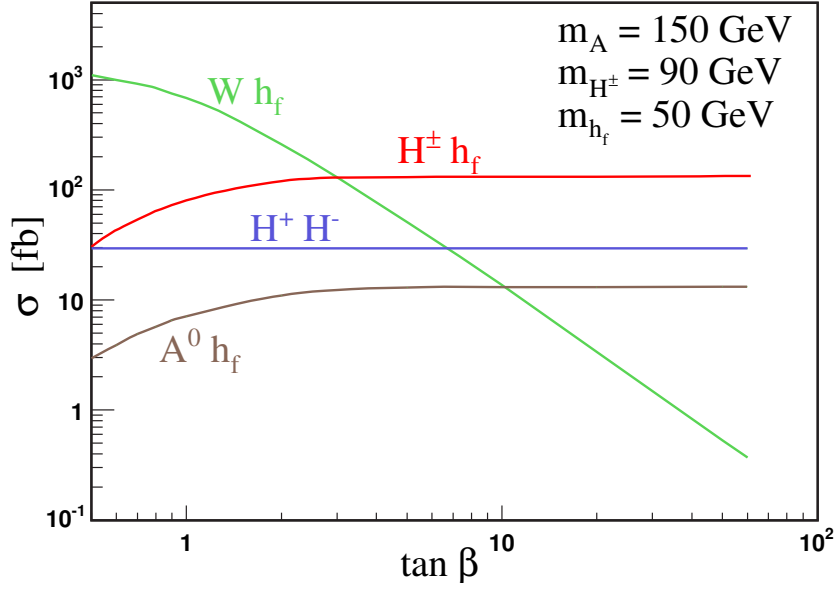


図 4.5: h_f を導く 4 モードの生成断面積と $\tan \beta$ の関係 (論文 [2] より)

である。

これに加えてヒッグス粒子の質量に関するパラメーターを設定する必要がある。今回の解析では、

$$m_{H^0} = 110\text{GeV} \quad : \quad \text{PMAS}(35, 1)$$

$$m_{A^0} = 120\text{GeV} \quad : \quad \text{PMAS}(36, 1)$$

と固定し、

$$m_{H^\pm} = 90\text{GeV}, 120\text{GeV}, 150\text{GeV} \quad : \quad \text{PMAS}(37, 1)$$

と設定した上で、

$$30\text{GeV} \leq m_{h_f} \leq 105\text{GeV} \quad : \quad \text{PMAS}(25, 1)$$

の質量領域について調べた。

4.5 cross section

この節では cross section がどのくらいになるかを示す。考えているプロセスは図 4.6 である。この cross section(σ) は、 $H^\pm h_f$ の production cross section と、 h_f , H^\pm からの Branching Ratio(分岐比) との積によって表される：

$$\sigma = \sigma(p\bar{p} \rightarrow H^\pm h_f) \times Br(H^\pm \rightarrow W^* h_f) \times (Br(h_f \rightarrow \gamma\gamma))^2 \quad (4.4)$$

Vertex	parameter in PYTHIA	Phase factor
$h^0 ZZ$ $h^0 WW$	PARU(164) PARU(165)	$\sin(\beta - \alpha) = \frac{-1}{\sqrt{1+\tan^2 \beta}}$
$H^0 ZZ$ $H^0 WW$	PARU(174) PARU(175)	$\cos(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta}{\sqrt{1+\tan^2 \beta}}$
$A^0 ZZ$ $A^0 WW$	PARU(184) PARU(184)	0
$h^0 b\bar{b}$ $h^0 t\bar{t}$ $h^0 l+l^-$	PARU(161) PARU(162) PARU(163)	$-\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = 0$
$H^0 b\bar{b}$ $H^0 t\bar{t}$ $H^0 l+l^-$	PARU(171) PARU(172) PARU(173)	$-\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = -\sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \beta}}$
$A^0 b\bar{b}$	PARU(181)	$-\frac{1}{\tan \beta}$
$A^0 t\bar{t}$	PARU(182)	$\frac{1}{\tan \beta}$
$A^0 l+l^-$	PARU(183)	$-\frac{1}{\tan \beta}$
$h^0 H^+ H^-$	PARU(168)	$-\sin(\beta - \alpha) - \frac{\cos(2\beta) \sin(\beta + \alpha)}{2 \cos^2 \theta_W}$ $= \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \beta}} \left\{ 1 - \frac{1 - \tan^2 \beta}{2(1+\tan^2 \beta) \cos^2 \theta_W} \right\}$
$H^0 h^0 h^0$	PARU(176)	$\cos(2\alpha) \cos(\beta + \alpha) - 2 \sin(2\alpha) \sin(\beta + \alpha)$ $= \frac{\tan \beta}{\sqrt{1+\tan^2 \beta}}$
$H^0 A^0 A^0$	PARU(177)	$\cos(2\beta) \cos(\beta + \alpha) = \frac{\tan^3 \beta - \tan \beta}{(1+\tan^2 \beta)^{\frac{3}{2}}}$
$H^0 H^+ H^-$	PARU(178)	$-\cos(\beta - \alpha) + \frac{\cos(2\beta) \cos(\beta + \alpha)}{2 \cos^2 \theta_W}$ $= \frac{\tan \beta}{\sqrt{1+\tan^2 \beta}} \left\{ \frac{\tan^2 \beta - 1}{2(1+\tan^2 \beta) \cos^2 \theta_W} - 1 \right\}$
$A^0 Z^0 h^0$	PARU(186)	$\cos(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta}{\sqrt{1+\tan^2 \beta}}$
$A^0 Z^0 H^0$	PARU(187)	$\sin(\beta - \alpha) = \frac{-1}{\sqrt{1+\tan^2 \beta}}$
$A^0 H^+ H^-$	PARU(190)	0
$H^+ W h^0$	PARU(195)	$\cos(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta}{\sqrt{1+\tan^2 \beta}}$

表 4.1: PYTHIA におけるヒッグス粒子カップリングパラメーターの設定

ここで、「 $p\bar{p} \rightarrow 4\gamma + X$ 」のチャンネルを選んだので W^* からの崩壊については考慮していない。また、 $Br(h_f \rightarrow \gamma\gamma)$ が2乗されているのは、プロセスに h_f の崩壊が2回含まれているからである。

以降、 H^\pm 、 h_f の崩壊、cross section について順に見ていく。

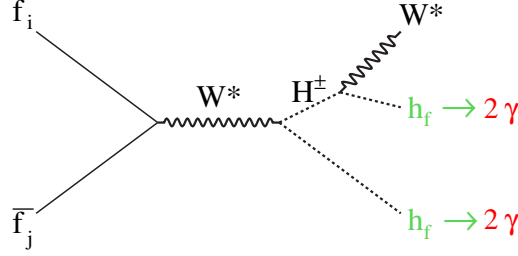


図 4.6: 考えてるプロセス

4.5.1 $H^\pm \rightarrow Wh_f$ の Branching Ratio

図 4.8 は、 $H^\pm \rightarrow Wh_f$ の崩壊過程における Branching Ratio を m_{h_f} の関数として、 $m_{H^\pm} = 90\text{GeV}$ 、 120GeV 、 150GeV について、調べたものである。 m_{h_f} の小さい領域では $H^\pm \rightarrow Wh_f$ の Branching Ratio はほとんど 1 であるという特徴が見てとれる。よって、この領域において崩壊は cross section に大きな影響を与えないと予想される。もう 1 つ大きな特徴は、それぞれ途中で急激に小さくなっている箇所があるという点である。これについて考えてみる。 $H^\pm \rightarrow Wh_f$ の崩壊反応において、 H^\pm の持つエネルギーを E_{H^\pm} 、運動量を \mathbf{P}_{H^\pm} とすると、アインシュタインの式より

$$m_{H^\pm}^2 = E_{H^\pm}^2 - \mathbf{P}_{H^\pm}^2 \quad (4.5)$$

が成り立つ。同様に、崩壊後の W^* 、 h_f のエネルギー、運動量をそれぞれ E_W 、 E_{h_f} 、 \mathbf{P}_W 、 \mathbf{P}_{h_f} とすると、それぞれ

$$m_W^2 = E_W^2 - \mathbf{P}_W^2 \quad (4.6)$$

$$m_{h_f}^2 = E_{h_f}^2 - \mathbf{P}_{h_f}^2 \quad (4.7)$$

となる。重心系を考えると $\mathbf{P}_{H^\pm} = 0$ であるから (4.5) 式より、 $m_{H^\pm} = E_{H^\pm}$ となる。エネルギー保存より $E_{H^\pm} = E_W + E_{h_f}$ であるから、

$$\begin{aligned} m_{H^\pm}^2 &= (E_W + E_{h_f})^2 \\ &= (m_W^2 + m_{h_f}^2) + \mathbf{P}_W^2 + \mathbf{P}_{h_f}^2 + 2E_{h_f}E_W \end{aligned} \quad (4.8)$$

が成り立つ。 m_{h_f} の値が m_{H^\pm} に近づくと、(4.8) 式において等号が成り立たなくなってしまう事が分かる。Branching Ratio が途中で急激に小さくなるのは、このような背景が大きな原因であると考えられる。

4.5.2 h_f の崩壊

h_f の崩壊における Branching Ratio を図 4.9 に示す。 $m_{h_f} \leq 95\text{GeV}$ の領域では主に 2γ へ崩壊し、 $m_{h_f} \geq 95\text{GeV}$ では WW へ崩壊する事が読み取れる。 $h_f \rightarrow 2\gamma$ の崩壊に着目すると、 $m_{h_f} \leq 60\text{GeV}$ の領域の Branching Ratio はほぼ 100% であり、cross section に与える影響は非常に小さい。 $60\text{GeV} \leq m_{h_f} \leq 105\text{GeV}$ に関しては徐々に値は小さくなるが 15% を越えている。 $m_{h_f} \geq 105\text{GeV}$ の領域に目を向けてみると、ここではほとんどが WW^* へ崩壊しており、その他への崩壊は 2γ も含めて 20% 以下である。今回考えているプロセスでは $h_f \rightarrow 2\gamma$ の崩壊過程は 2 箇所あるため、実質 cross section は 2 乗された 4% 以下の制約を受けることになる。 $H^\pm \rightarrow Wh_f$ の崩壊過程も考慮すると、この領域での反応は期待できない。この事が、検討する h_f の質量領域を 105GeV 以下と設定した理由の 1 つである。

4.5.3 cross section

先に記述した通り考えているプロセスの cross section は (4.4) 式によって与えられる。4.5.1 と 4.5.2 で得られた Branching Ratio を代入して得られたものを m_{h_f} の関数として表したのが図 4.7 である。 h_f の質量がおよそ 80GeV 以下の領域では 10fb を越えており、Tevatron のルミノシティがおよそ $4\text{fb}^{-1} \sim 8\text{fb}^{-1}$ であることを考慮すると、探索を検討する価値は十分ある事が伺える。なお、値が急激に小さくなる部分については $H^\pm \rightarrow Wh_f$ の崩壊過程における Branching Ratio の影響である。(4.5.1 参照)

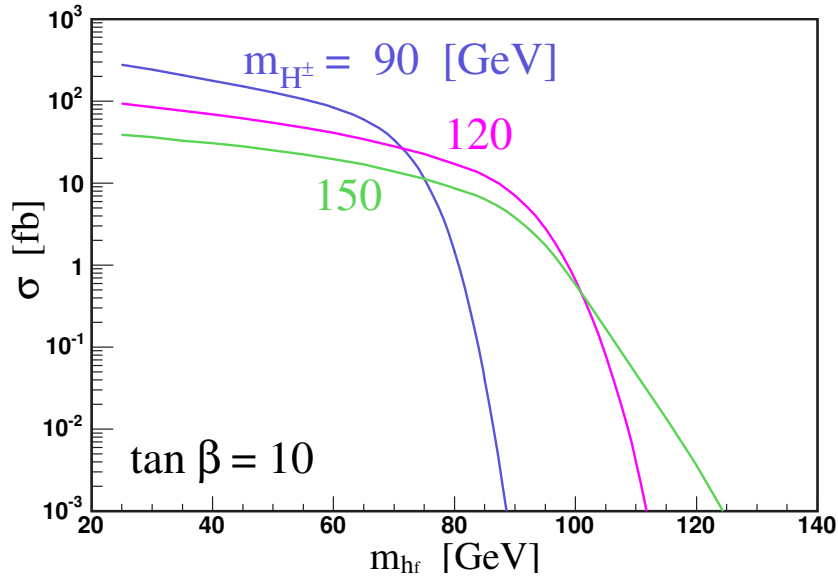


図 4.7: 反応プロセス $p\bar{p} \rightarrow 4\gamma + X$ の cross section

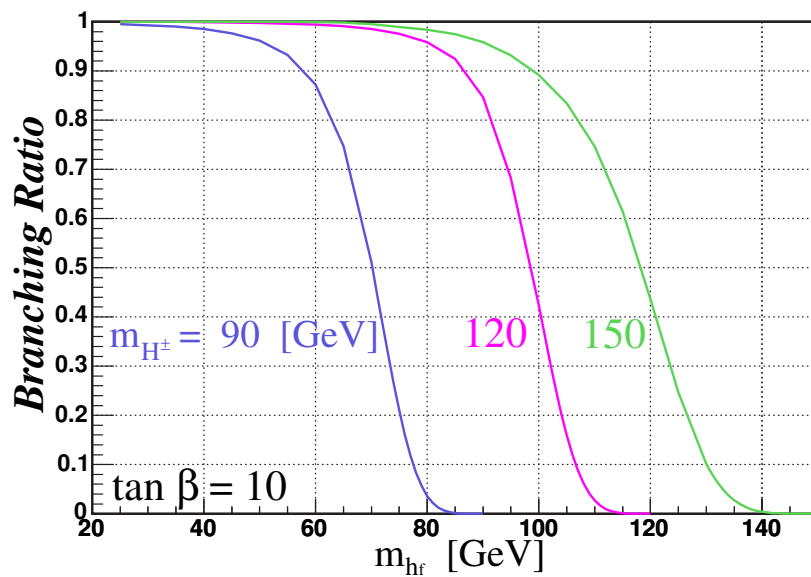


図 4.8: $H^\pm \rightarrow Wh_f$ の崩壊過程における Branching Ratio

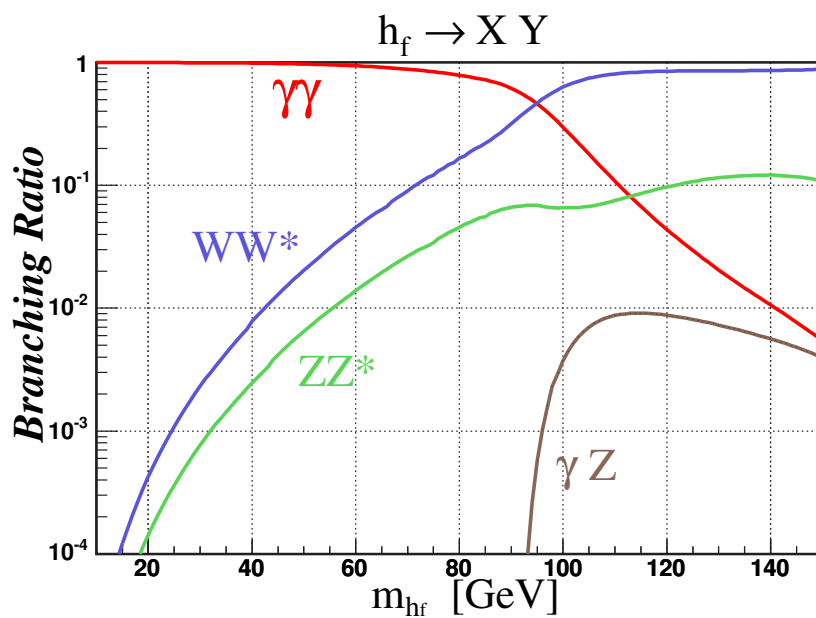


図 4.9: h_f の崩壊における Branching Ratio

4.6 事象の選択

4.6.1 終状態に残る粒子

cross section は粒子が衝突したときにそのプロセスが起こる確率を意味する。前節でプロセス「 $p\bar{p} \rightarrow 4\gamma + X$ 」の cross section を得たが、これは $4\text{fb}^{-1} \sim 8\text{fb}^{-1}$ のルミノシティを貯めてやっと 1 回あるかないかというくらい反応頻度の少ないプロセスである。PYTHIA ではこのような場合でも時間をかけずに効率良く事象を発生させるために、反応過程を指定することが出来る。考慮しているプロセス (h_f イベント) を発生させるにあたり、 $f_i\bar{f}_j \rightarrow H^\pm h_f$ の反応をサブプロセスとして含むよう設定した。ここで f_i, f_j は fermion の事を示す。

1 つの事象を発生させると h_f や W^\pm などが発生するが、これらの粒子は不安定で寿命が非常に短いため検出器を通る前に別の粒子に崩壊してしまう。終状態に現れるものは限られていて、 e^- や μ^- などのレプトン、 γ, π^\pm などである (ニュートリノもそうであるが、これは質量が 0 に近く電荷も持たないので検出器には直接かからない)。実際の実験ではこれらの粒子のデータからどのような反応が起こったかを調べなければならない。終状態に残る粒子には $f_i\bar{f}_j \rightarrow H^\pm h_f$ から発生するものだけではなく、陽子と反陽子を衝突させているため、このプロセス以外で η, ρ^0 などのハドロンが生成され、そこから崩壊するものもある。したがって 1 つの事象の終状態には多くの粒子が現れ、 γ だけで 20 個近くになることもある。

4.6.2 E_T 分布と η 分布

h_f からの崩壊は 2γ がほとんどであったので、終状態に残る粒子のうち γ に着目する。 E_T 分布を図 4.10 に示す。6 つの図の違いは m_{h_f}, m_{H^\pm} の設定値であり、上段、中段、下段の順に $m_{H^\pm} = 90 \text{ GeV}, 120 \text{ GeV}, 150 \text{ GeV}$ で分かれており、それぞれの段において m_{h_f} の値が異なる。また、各図において赤色部分は $h_f \rightarrow 2\gamma$ のプロセスを経由したもののみの分布、青色部分は終状態に残った γ 全ての分布である。尚、検出器のある方向を調べるため、 $|\eta| \leq 1$ を満たすもののみを扱っている。また、各図の右上にある 'hist' 欄に書かれているデータは青色のヒストグラムに対するものである。どの図を見ても、 $E_T \geq 20 \text{ GeV}$ の領域は殆ど $h_f \rightarrow 2\gamma$ によるものとなっていることが分かる。ここで、 h_f を経由しない γ を極力取り除くため γ に対する条件を $E_T \geq 20 \text{ GeV}$ としたいのだが、そのようにすると h_f 崩壊によるものも多く削ってしまう事になるので、解析では条件を少しゆるめて $E_T \geq 15 \text{ GeV}$ を満たすという設定をした。ちなみに、これを満たす γ の η 分布を図 4.11 に示す。上、中、下段は m_{H^\pm} の違いによるもの、右の図は h_f を経由したもののみで作成したものである。 $\eta = 0$ 付近でピークを持っていることが分かる。さらに、左右での違いはほとんどなく、 $E_T \geq 15 \text{ GeV}$ が妥当である事も伺える。

4.6.3 バックグラウンド

バックグラウンドには、 E_T の大きい γ が終状態に多数残ると予想されるプロセス

- $q_i\bar{q}_i \rightarrow g\gamma$

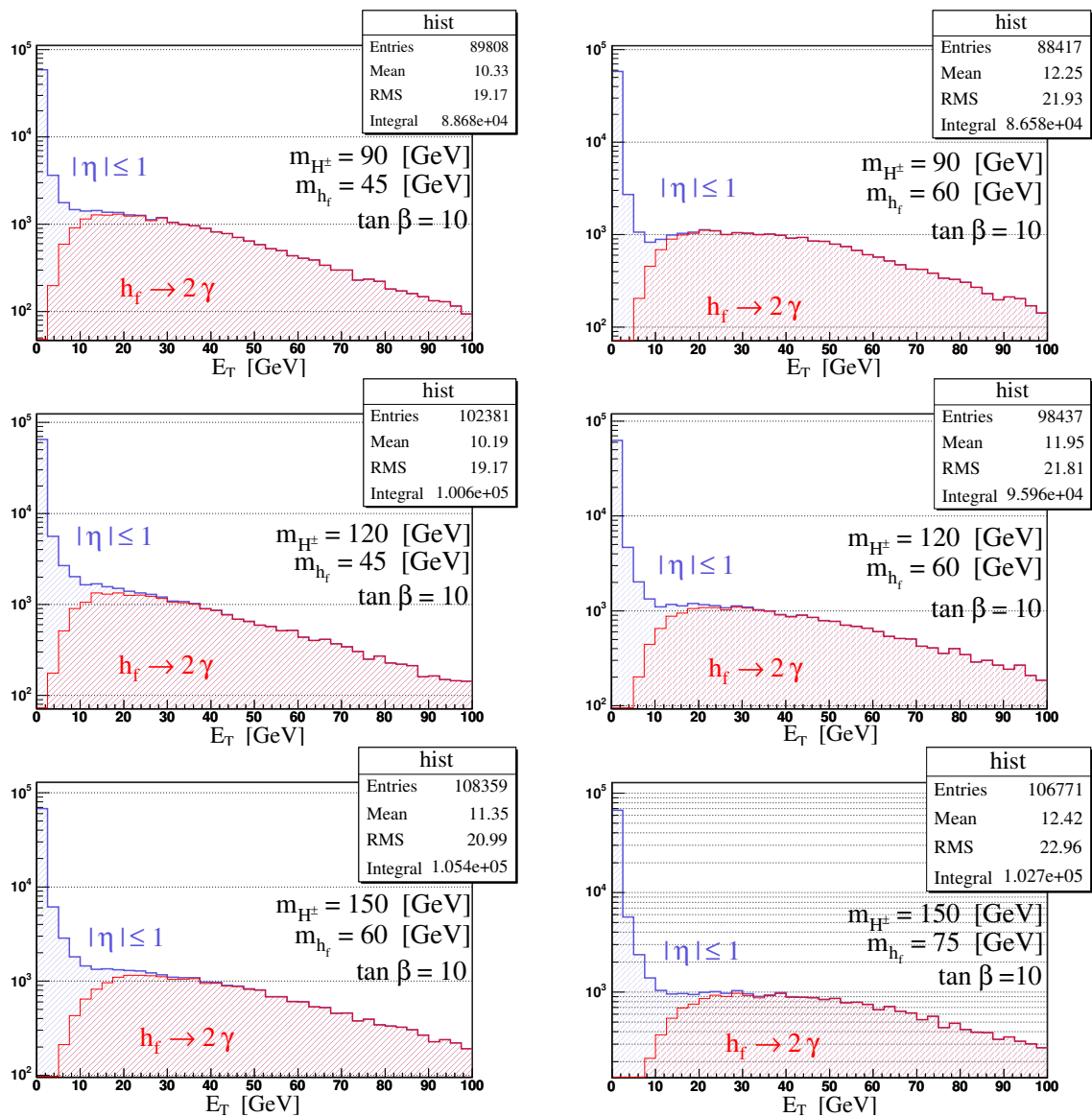
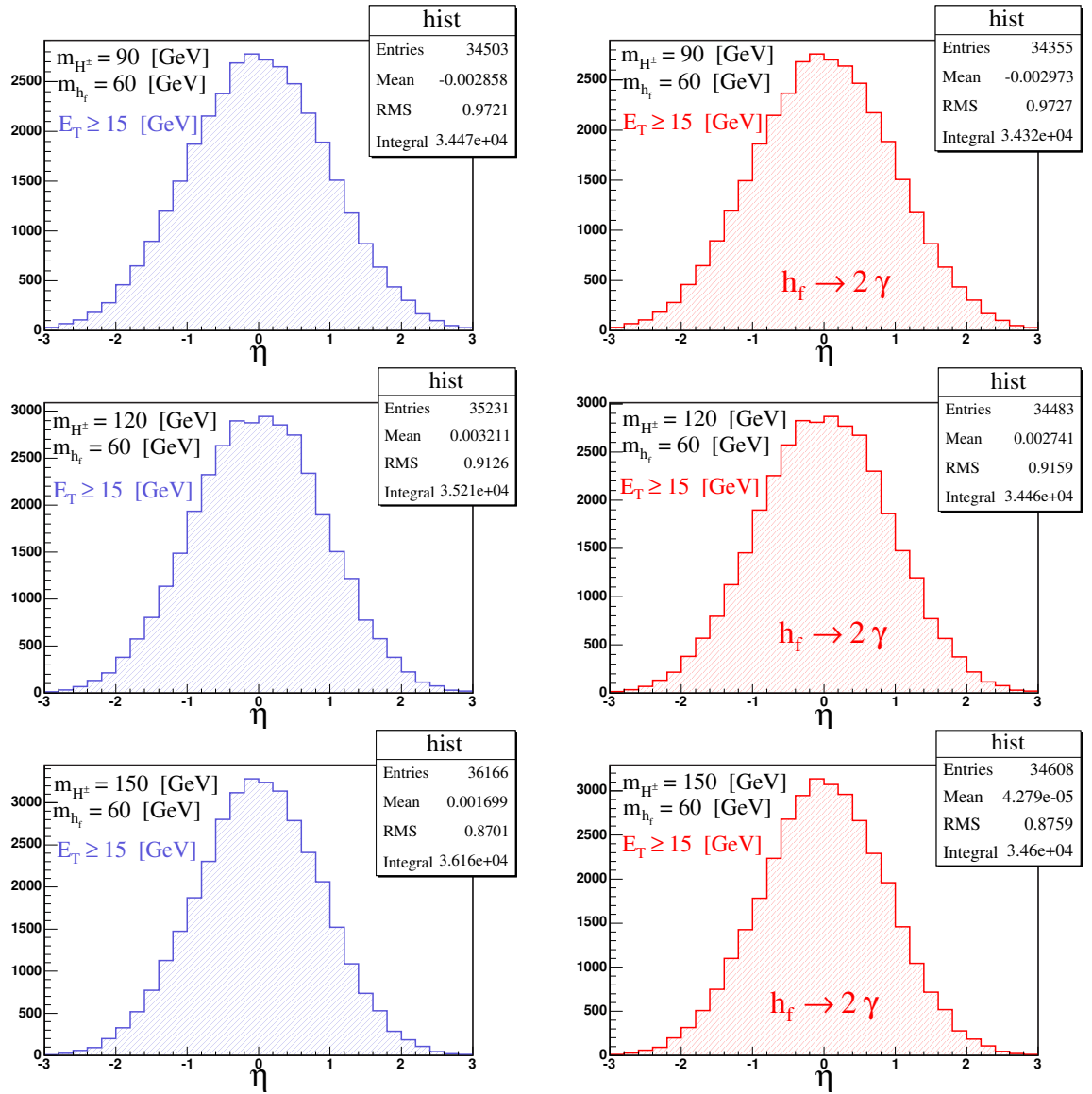


図 4.10: シグナルイベントの γ の E_T 分布

図 4.11: シグナルイベントの γ の η 分布

- $f_i \bar{f}_i \rightarrow \gamma\gamma$
- $q_i g \rightarrow q_i \gamma$

を考える。ここで、 q_i 、 f_i 、 g はそれぞれクォーク、フェルミ粒子、グルーオンの事を指す。これらは、 E_T の大きい γ の他に η, ρ^0 などのハドロン経由で生成されるものもあるため、終状態には多数の γ が残る。

4.6.4 事象の選択

h_f 探索のためにはこれらのバックグラウンドを考慮した上でシグナルイベントと区別しなくてはならない。 h_f 探索プロセスは終状態に E_T の大きい4つの γ を生成するから、4.6.2 内で定めた γ が4つ以上あるような事象を選んだ。これによるバックグラウンドの検出効率 ε_{bkg} は

$$\varepsilon_{\text{bkg}} = \frac{5300}{671217989} = 7.896 \times 10^{-6} \quad (4.9)$$

であり、これによりかなり削減できることが分かる。

よって、以降の解析で取扱う事象はシグナル、バックグラウンドイベントともに

- $|\eta| \leq 1$ (4.10)

- $E_T \geq 15 \text{ GeV}$ (4.11)

↪ 上記の2つの条件を満たす γ が1事象内に4つ以上存在する (4.12)

を満たすものとする。

4.7 不変質量

発生した事象が h_f を生成したかどうかを調べるためには、終状態に残る粒子のデータから h_f の存在を示すようななんらかの信号を捕まえなければならない。 h_f 生成を含むプロセスから現れる終状態の粒子は、 h_f の崩壊による4つの γ と、 W^* からの崩壊によるレプトン等である。したがって、 $h_f \rightarrow 2\gamma$ の過程に着目し、そこで得られた γ を調べることによって h_f の存在を探るべきである。具体的には 2γ の不変質量を計算する方法が有効である。これは、その値が h_f の質量と等しくなるため発見と同時におよその質量も分かるという点で優れている。

本節では、不変質量の計算方法を簡単に説明した上で、その分布がエネルギー分解能も考慮してどうなるか、さらにバックグラウンドを含んだ場合どうなるかについて記述する。

4.7.1 不変質量の計算方法

エネルギーを E 、3元運動量ベクトルを \mathbf{p} (各要素を p_x, p_y, p_z とする)、自由粒子に対する静止質量を m とする。それらの相対論的關係は、自然単位系 ($c = \hbar = 1$ の単位系) を用い

ると

$$E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2 \quad (4.13)$$

である。 E , p_x, p_y, p_z は4元ベクトル $p_\mu (\mu = 1, 2, 3, 4)$ でひとまとめに表すことができる。3つの運動量による成分は実数、エネルギーによる成分は虚数で表される。つまり、 p_μ の各成分は

$$p_1 = p_x \quad , \quad p_2 = p_y \quad , \quad p_3 = p_z \quad , \quad p_4 = iE$$

である。したがって、

$$\begin{aligned} p^2 &= \sum_{\mu} p_{\mu}^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 \\ &= \mathbf{p}^2 - E^2 = -m^2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

が成り立つ。 p^2 は相対論的に不変で、 $-m^2$ の値に等しい。また、(4.14) 式はあらゆる慣性系で成り立つ。よって、重心系でも実験室系 (標的粒子の3元運動量を0とした系) でもよい。さらに、反応前後において $p^2 = -m^2$ の値は等しくなければならない、この事はエネルギー保存、運動量保存より明らかである。

これを、 $h_f \rightarrow 2\gamma$ の崩壊過程に当てはめる。重心系を考えると、崩壊前に含まれる粒子は h_f のみなので、この系での全運動量はゼロである。よって、 h_f の質量 m_{h_f} とエネルギー E_{h_f} は

$$-p^2 = m_{h_f}^2 = E_{h_f}^2 \quad (4.15)$$

となる。崩壊後の2つの γ を、 γ_1, γ_2 とし、そのエネルギーと運動量をそれぞれ $E_1, \mathbf{p}_1, E_2, \mathbf{p}_2$ とする。この時の不変質量を $m_{\gamma\gamma}$ で表すと

$$-p^2 = m_{\gamma\gamma}^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 \quad (4.16)$$

が成り立つ。反応前後での p^2 の相対論的不変性を考えると、(4.15)、(4.16) 式より

$$m_{h_f}^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 \quad (4.17)$$

の関係が得られる。よって、 h_f から崩壊した 2γ のエネルギーと運動量を測ることで h_f の質量を求めることができる。

しかし、4.6.1 で述べたように終状態に残る γ は多数あり、検出器で捕えたものの中から必要とする2つの γ を的確に抽出する事は非常に困難である。よって、解析では全ての組み合わせ分の不変質量を計算する。すなわち、1つの事象内から n 個の γ が検出されたとすると、その中から2つの γ を取りだす組み合わせ ${}_nC_2$ 組分の不変質量をとり、そのヒストグラムをとる。考えているプロセスを含む事象では h_f 崩壊による 2γ が2組あるので、 m_{h_f} を表す不変質量は1事象内に必ず2つ存在する。したがって、複数回分の事象より得る不変質量をヒストグラムにすると、 m_{h_f} の付近にピークが現れると推測される。

4.7.2 シグナル事象の不変質量分布

m_{h_f} を適当に指定し、不変質量のヒストグラムを作成した。その例が図 4.12 である。6 つの図の違いは m_{h_f} , m_{H^\pm} の設定値であり、上段、中段、下段の順に $m_{H^\pm} = 90 \text{ GeV}$, 120 GeV , 150 GeV で分かれており、それぞれの段において m_{h_f} の値が異なる。不変質量を求めるにあたり、1 事象内における γ のうち、条件

$$|\eta| \leq 1 \quad , \quad E_T \geq 15 \text{ GeV} \quad (4.18)$$

を満たすものが 4 つ以上である事象のみを選んでいる。また、各事象において不変質量をとるための γ は $E_T \geq 5 \text{ GeV}$ のものを使用している。これは、 h_f 崩壊による 4γ 全てが含まれるようにするためである。

どの図においてもきれいなピークが立っており、 m_{h_f} の設定値に等しい場所となっている。それ以外の部分は h_f を経由しなかった γ 同士か、正しくない組み合わせによるものと考えられる。これらの図には 6 fb^{-1} 分に相当する事象数含まれており、下段の図に行くにつれて少くなっている。全ての図でピークはそれ以外の部分に対して 5 倍以上の数があり、ここまでの範囲では h_f の信号としては十分である。

4.7.3 エネルギー分解能

実際の実験では検出器のエネルギー分解能によりピークは図 4.12 のように鋭くない。CDF 検出器の場合、

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{14}{\sqrt{E}} \quad \% \quad (4.19)$$

のゆらぎを考慮しなければならない。条件 (4.18) を満たす γ に対し、個々のエネルギーを

$$\begin{aligned} E &\longrightarrow E + \Delta E \\ \Delta E &= \left(E \times \frac{0.14}{\sqrt{E}} \right) \times \text{rand(n.d.)} \end{aligned}$$

として不変質量を計算した。ここで、 rand(n.d.) は標準正規分布乱数のことである (標準正規分布乱数の発生方法については付録 A を参照)。図 4.13 にエネルギー分解能を考慮した不変質量分布を示す。6 つの図の違いは図 4.12 の時と同様である。ピークは正規分布に従って広がりを見せているが、どの場合も m_{h_f} の設定値の場所に現れている事が分かる。ヒストグラムにおける不変質量の数 (縦軸) が少ないのは、cross section の値が小さいことと事象の選択による efficiency(後述) のためである。

4.7.4 バックグラウンド込みの不変質量分布

次にバックグラウンドを考慮したとき、不変質量分布がどのようなになるかを調べた。その結果は、図 4.14 である。 $h_f = 45 \text{ GeV}$ の場合はかろうじてピークが分かるが、その他の分布についてはバックグラウンドに紛れてしまい h_f の信号は読み取れない。図 4.13 と縦軸の値を比較すると、シグナルに対するバックグラウンドの数が 2 倍 ~ 10 倍程度ある事が分かる。

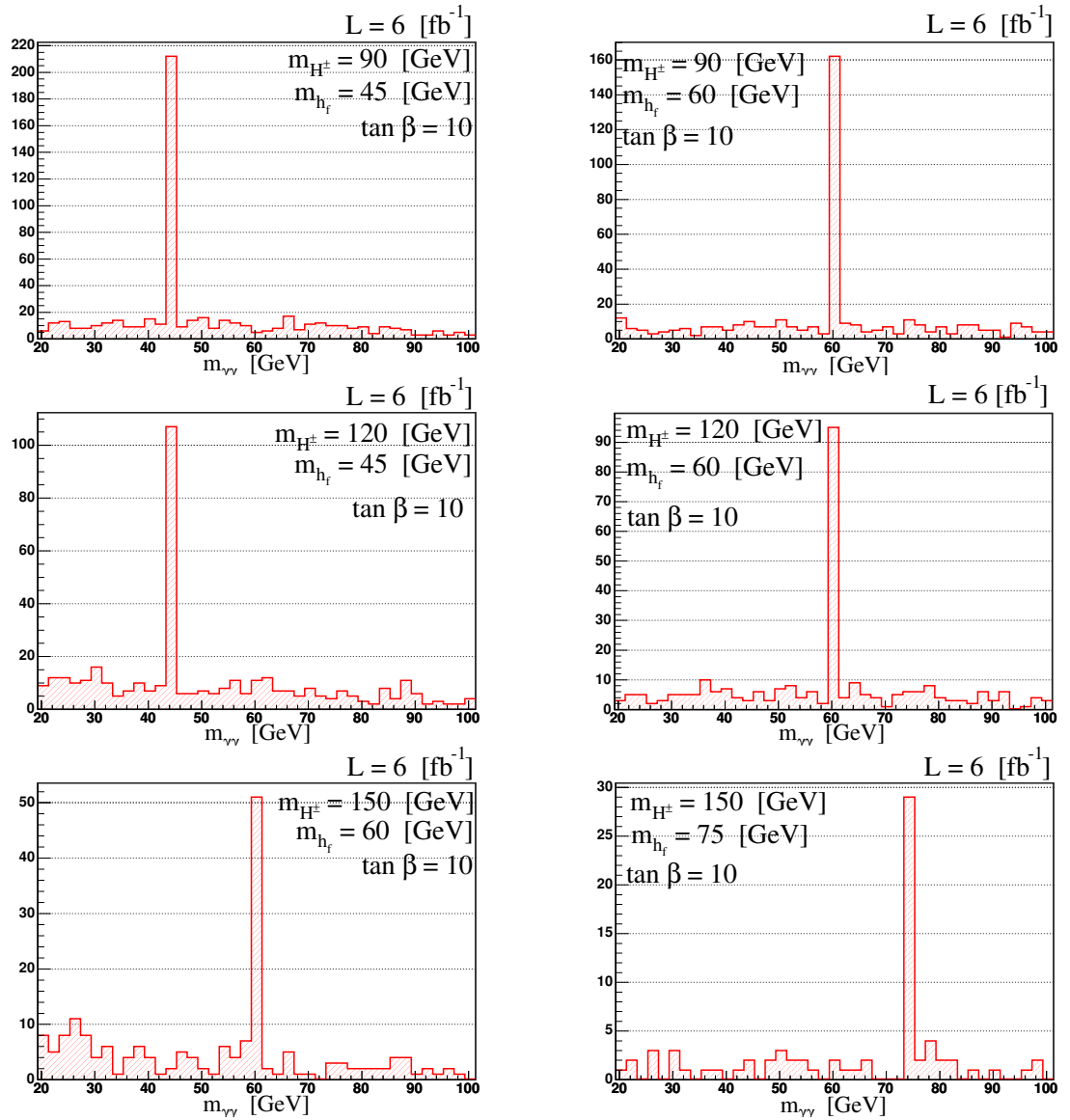


図 4.12: シグナルイベントの不変質量分布

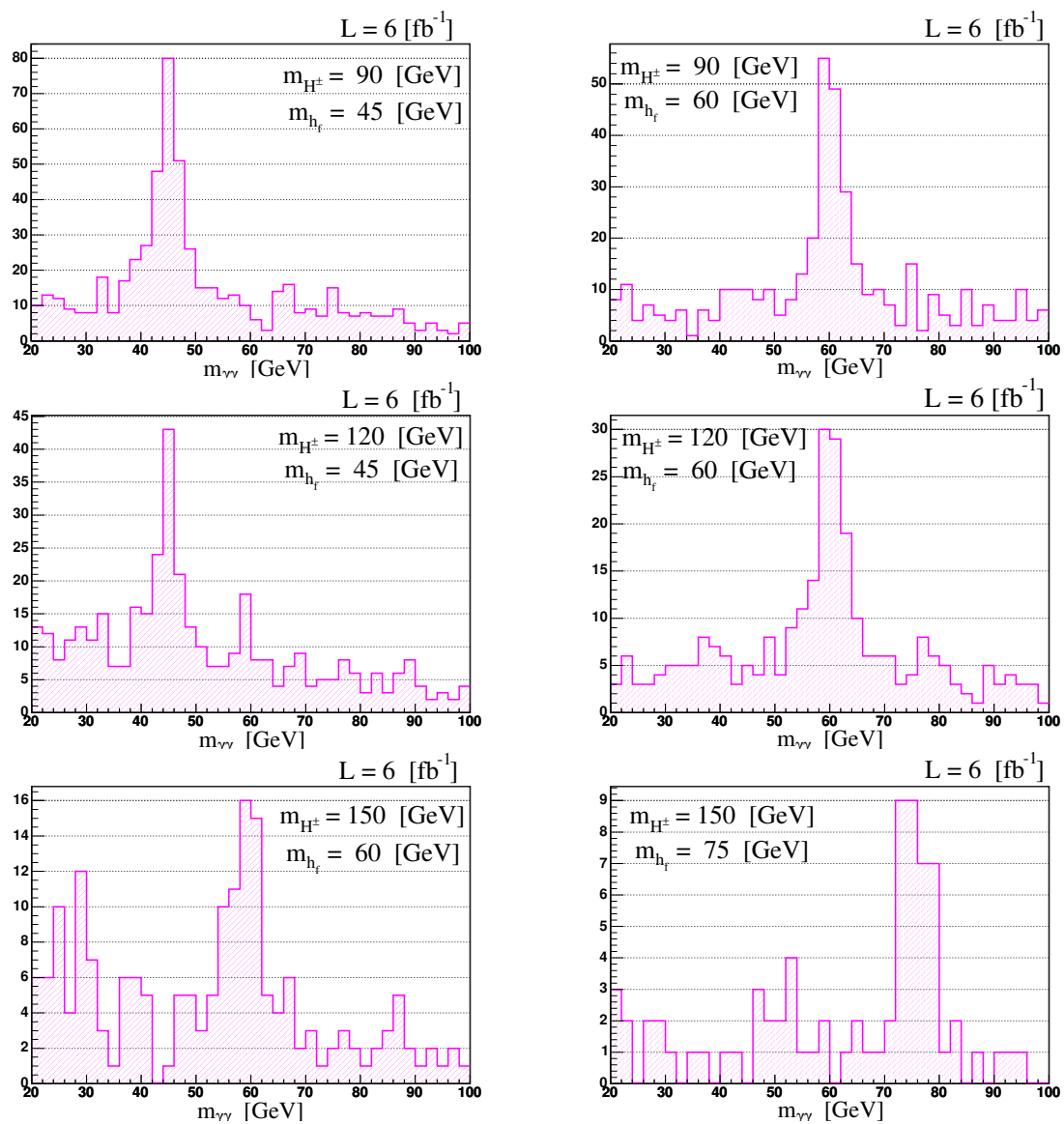


図 4.13: エネルギー分解能を考慮した上でのシグナルイベントの不変質量分布

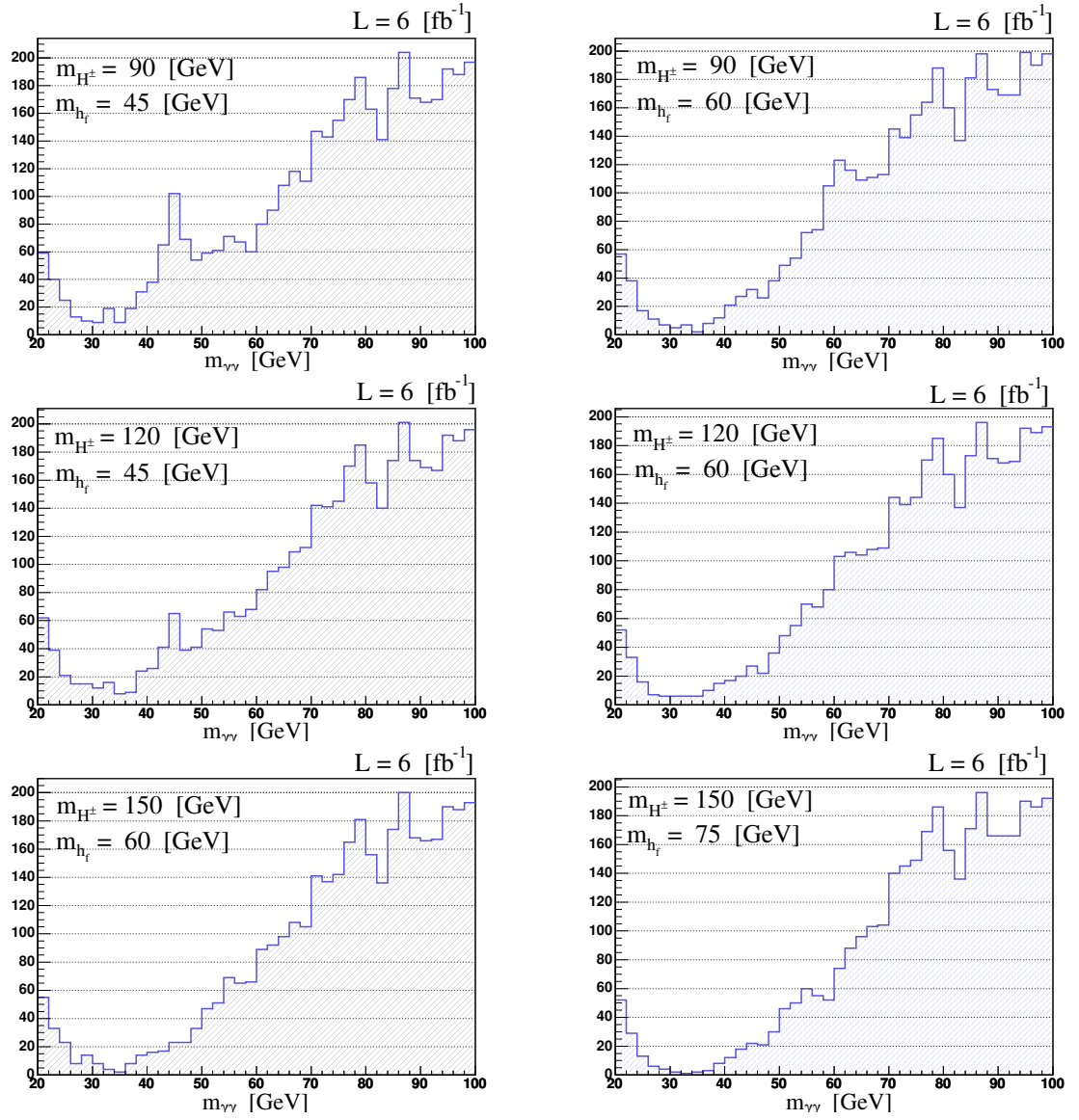


図 4.14: エネルギー分解能、バックグラウンドを考慮した上での不変質量分布

この原因は cross section である。事象を選択することによってバックグラウンドはかなり抑制されたのだが、それでもまだ影響が大きいという結論に至った。

4.8 Scatter Plot

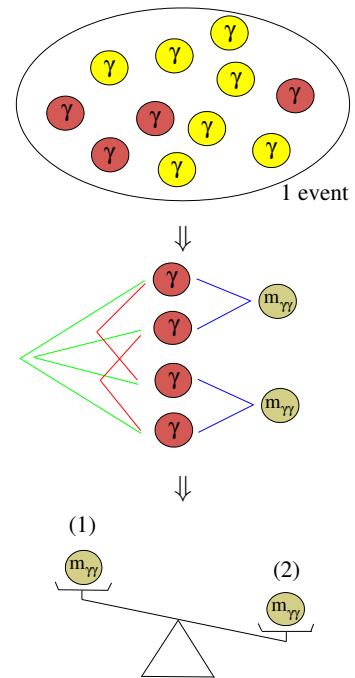
前節で、 h_f の信号はバックグラウンドに隠されてしまい得ることができなかった。よって、さらに工夫をこらして信号をバックグラウンドから切り離さなければならない。ここで、「Scatter Plot」をとるという方法を選んだ。これは考慮しているプロセスが $h_f \rightarrow 2\gamma$ の崩壊を2つ含んでいる事に着目している。その結果、 h_f の信号とバックグラウンドを区別する事に成功した。

4.8.1 Scatter Plot の方法

簡単のために1つの事象について考える。まず、終状態に残る γ の中から4つを選び、 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ とする。次に、それらを2つずつの組に分け、

- (γ_1, γ_2) , (γ_3, γ_4)
- (γ_1, γ_3) , (γ_2, γ_4)
- (γ_1, γ_4) , (γ_2, γ_3)

の3通りの組み合わせそれぞれ不変質量を計算すると、1つの場合につき2個の $m_{\gamma\gamma}$ が得られる。それらのうち小さい方を $m_{\gamma\gamma}^{(1)}$ 、大きい方を $m_{\gamma\gamma}^{(2)}$ として、縦軸に $m_{\gamma\gamma}^{(2)}$ 、横軸に $m_{\gamma\gamma}^{(1)}$ をとったグラフにプロットする。この操作を全ての組み合わせ分で行う。例えば右図のように1つの事象から11個の γ を得たとすると、そこから4つの γ を取りだす組み合わせは ${}_{11}C_4 = 330$ 通りであり、その各々について2つずつの組に分ける分け方は3通りであるから、この場合990個の点 $(m_{\gamma\gamma}^{(1)}, m_{\gamma\gamma}^{(2)})$ がプロットされることになる。



仮に任意に選ばれた4つの γ がいずれも h_f 崩壊によるものであり、かつ2つずつに分けられたものが正しい組み合わせであれば、そこから得られる2つの不変質量は両方とも m_{h_f} に等しい値となる。この場合は、 (m_{h_f}, m_{h_f}) の座標付近にプロットされるはずである。これはほぼ1事象につき1プロットであると考えられる。よって事象数が増えると、密度の濃い箇所がその場所に現れると予想できる。

4.8.2 結果

Scatter Plot の結果を図 4.15 に示す。赤、黒のプロットはそれぞれシグナル、バックグラウンドの事象によるものである。どの図も $L = 6\text{fb}^{-1}$ あたりの事象数含まれており、違いは m_{h_f} , m_{H^\pm} の設定である。

それぞれの図において、推測どおり中央付近にかたまりがあり、見事にバックグラウンドと区別されていることが分かる。また信号は $m_{\gamma\gamma}^{(1)}$, $m_{\gamma\gamma}^{(2)}$ とともに m_{h_f} の設定値の点付近に散らばっており、上の図にいくほど含まれるシグナルの事象数が多いのははっきりと分かる。最下段の図ではこれが非常に少ないために信号が分かりにくい、かたまりが直線 $m_{\gamma\gamma}^{(2)} = m_{\gamma\gamma}^{(1)}$ 上に現れるはずであるという事を考えて注意深く見ればどれが信号であるか判断できるであろう。また信号の左側に帯が現れているが、これは 1 事象内において $h_f \rightarrow 2\gamma$ の正しい組み合わせによる不変質量と崩壊に関係ない γ 同士より計算されたものの点であると考えられる。信号の左側の帯の方がその上側よりもはっきり現れている事は、シグナルの事象での h_f 崩壊による γ の 4 元運動量がその他の γ のそれよりも大きいものが多い事を示している。これも実験で分布図から信号を調べる時に大きな助けになると考える。さらに、バックグラウンドは直線 $m_{\gamma\gamma}^{(2)} = m_{\gamma\gamma}^{(1)}$ 上の領域を見ると、 $m_{\gamma\gamma}^{(1)} \leq 20\text{GeV}$ に分布している。したがって、解析で調べている m_{h_f} の領域 ($30\text{GeV} \sim 105\text{GeV}$) に限ると、 h_f が存在すればこの方法で信号を得ることが期待できるため、Scatter Plot をとることはこのプロセスにおける h_f 探索の方法として有効であると言える。

バックグラウンドについて考える。大きな特徴はかたまりが上下に分かれている点である。 $m_{\gamma\gamma}^{(2)}$ とそれを計算する際に使われた 2 つの γ 間の角度を調べると図 4.16 のような結果が得られた。明らかに上下に分かれた点の特徴を持っていることが伺える。下側部分は飛来する γ の方向が同じであったため、 E_T 15 GeV を満たしても $E_1 + E_2$ と $|\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2|$ の値が近くなり、結果として $m_{\gamma\gamma}$ の小さい場所に現れたものである。これらの γ は π^0 によるものが多いので、高エネルギーの π^0 がこれらの事象に多く含まれていると考えられる。

4.8.3 領域の選択

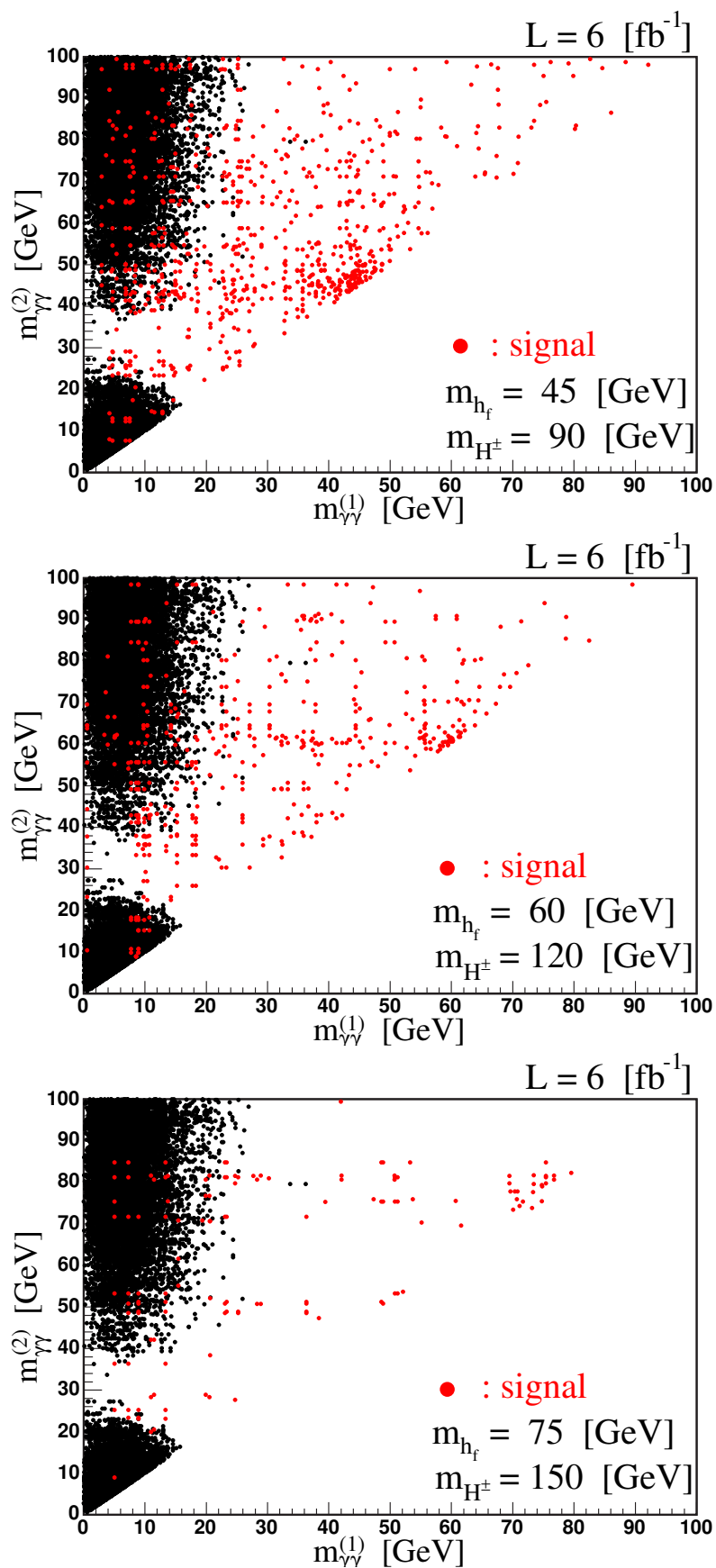
Scatter Plot での信号は検出器のエネルギー分解能が考慮されているので正規分布に従った拡がりを持つ。よって、信号領域を決める必要がある。そのためにまず直線 $m_{\gamma\gamma}^{(2)} = m_{\gamma\gamma}^{(1)}$ 上の領域をヒストグラムにし、その fitting を行った。

ここで、上記ヒストグラムを作成した方法の説明を行う。シグナルイベントより得た点 $(m_{\gamma\gamma}^{(1)}, m_{\gamma\gamma}^{(2)})$ を全て -45° 回転させ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍する。プロットの座標を複素平面で表すと $m_{\gamma\gamma}^{(1)} + i m_{\gamma\gamma}^{(2)}$ である。複素平面上で上記の回転・伸縮を行うと点は

$$(m_{\gamma\gamma}^{(1)} + i m_{\gamma\gamma}^{(2)}) \times \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{4}i} = \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(1)} + m_{\gamma\gamma}^{(2)}}{2} \right) + i \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(2)} - m_{\gamma\gamma}^{(1)}}{2} \right) \quad (4.20)$$

の座標に移動する。よって、

$$\begin{pmatrix} m_{\gamma\gamma}^{(1)} \\ m_{\gamma\gamma}^{(2)} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m_{\gamma\gamma}^{(1)} + m_{\gamma\gamma}^{(2)}}{2} \\ \frac{m_{\gamma\gamma}^{(2)} - m_{\gamma\gamma}^{(1)}}{2} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$



⊠ 4.15: Scatter Plot ⊠

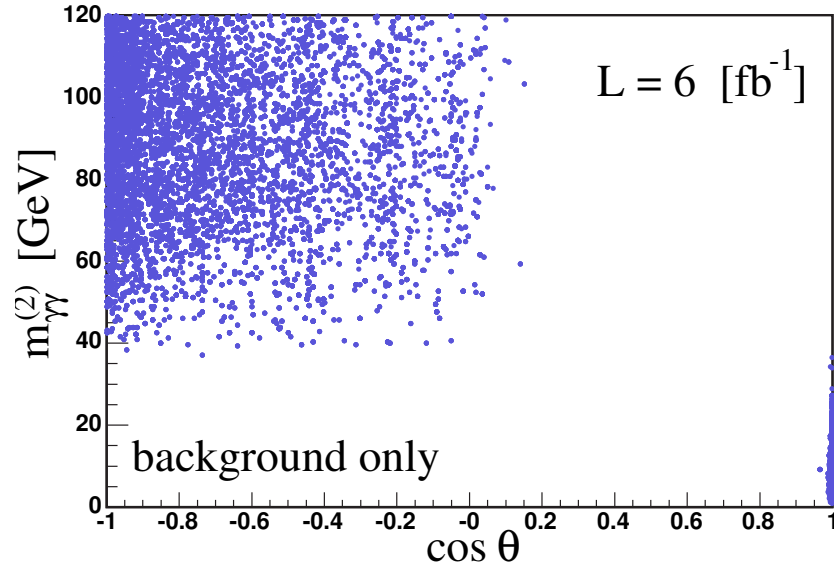


図 4.16: $m_{\gamma\gamma}^{(2)}$ とそれを計算する際に使われた 2 つの γ 間の角度の関係

としたもので、

$Y \leq 2\sigma$ を満たす時の X の値

をヒストグラムにする。ここで用いた 2σ はシグナルイベントの不変質量分布 (図 4.13) を gaussian で fitting した時のものである。

図 4.17 はシグナルイベント 10000 事象分を上記方法でヒストグラムにし、

$$f(x) = Ae^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + Cx + D \quad (4.22)$$

で fitting した結果の一部である。ここで、図 4.17 の左上のパラメーターはそれぞれ (4.22) 式内での、

$$\begin{aligned} p0 : A & & p1 : \mu & & p2 : \sigma \\ p3 : C & & p4 : D & & \end{aligned}$$

に対応している。ここから得た 2σ の値を表 4.2 に示す。 $m_{h_f} = 30\text{GeV}$ では数値が高くなっているが、これはピークの下にあるバックグラウンドが多い事が原因であると考えられる。

Scatter Plot での信号領域を、表 4.2 の 2σ を用いて

$$\begin{aligned} m_{h_f} - 2\sigma &\leq m_{\gamma\gamma}^{(1)} \leq m_{h_f} + 2\sigma \\ m_{h_f} - 2\sigma &\leq m_{\gamma\gamma}^{(2)} \leq m_{h_f} + 2\sigma \end{aligned} \quad (4.23)$$

と選択する。

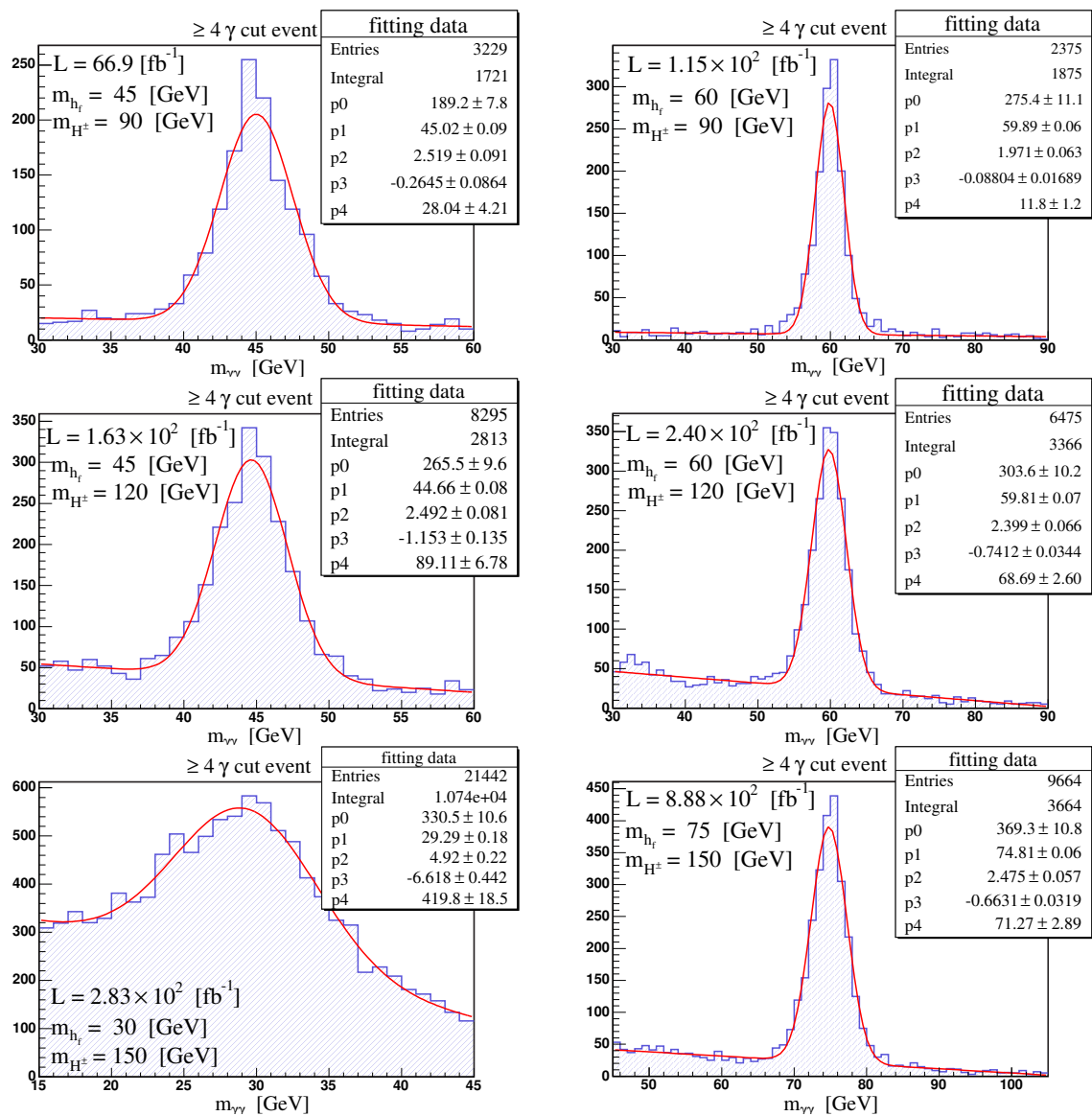


図 4.17: シグナルイベントの fitting

$m_{H^\pm} = 90\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 120\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 150\text{GeV}$	
m_{h_f}	2σ	m_{h_f}	2σ	m_{h_f}	2σ
30	5.56	30	5.45	30	9.84
40	4.90	45	4.98	45	5.55
45	5.03	60	4.79	60	4.65
50	4.53	75	4.38	75	4.95
60	3.94	90	4.43	90	4.59
70	4.23	100	4.33	105	4.45

表 4.2: fitting より得た 2σ の値 (単位 : GeV)

4.9 efficiency

検出効率 ε は、事象の選択によるもの (ε_1) と (4.23) 式で領域を選択した事によるもの (ε_2) の積で与えられる :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \times \varepsilon_2 \quad (4.24)$$

ここで、 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ を具体的に書くと

$$\varepsilon_1 = \frac{\text{カットを通過した事象数}}{\text{考えているプロセスの事象数}}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\text{領域内に入ったプロットが含まれる事象数}}{\text{カットを通過した事象数}}$$

である。それぞれの検出効率と m_{h_f} との関係を表したのが図 4.18、総検出効率についてが図 4.19 である。

ε_1 は、

$$\begin{aligned} 7\% & \sim 17\% & (m_{H^\pm} = 90\text{ GeV}) \\ 9\% & \sim 23\% & (m_{H^\pm} = 120\text{ GeV}) \\ 16\% & \sim 26\% & (m_{H^\pm} = 150\text{ GeV}) \end{aligned}$$

という結果になった。 m_{h_f} が大きくなるにつれて ε_1 も大きくなっている。これは、 m_{h_f} が大きい程 $E_T \geq 15\text{ GeV}$ を満たす γ が増えるためである。また、 m_{H^\pm} が大きい方が検出効率が良いのも $h^\pm \rightarrow Wh_f$ の過程を考えれば h_f のエネルギーがより高くなるので同様のことがいえると思われる。

ε_2 については、およそ 60% ~ 70% の間に納まっているが、 m_{h_f} が小さい領域に関してはばらつきがみられる。 $m_{H^\pm} = 150\text{ GeV}$ の場合が極端に高いのは、fitting から得た 2σ の値が他のものより大きかったために領域内に入るプロット数が多くなってしまった事が原因であると考えられる。

総検出効率は、

$$\begin{aligned} 4\% & \sim 12\% & (m_{H^\pm} = 90\text{ GeV}) \\ 5\% & \sim 16\% & (m_{H^\pm} = 120\text{ GeV}) \\ 12\% & \sim 18\% & (m_{H^\pm} = 150\text{ GeV}) \end{aligned}$$

というやや高めの結果になった。増加傾向は ε_1 、線の形は ε_2 がそれぞれ影響していることが図 4.19 から読み取れる。

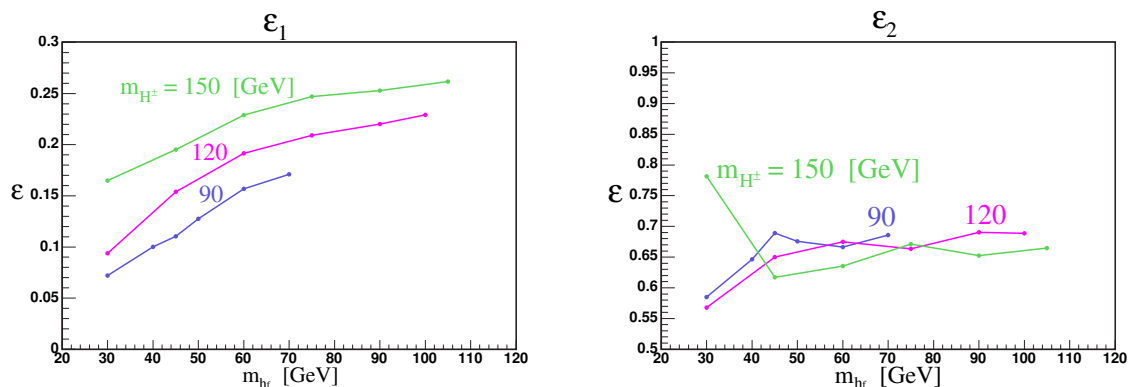


図 4.18: 事象の選択による検出効率 (左)、Scatter Plot の領域の選択による検出効率 (右) と m_{h_f} との関係

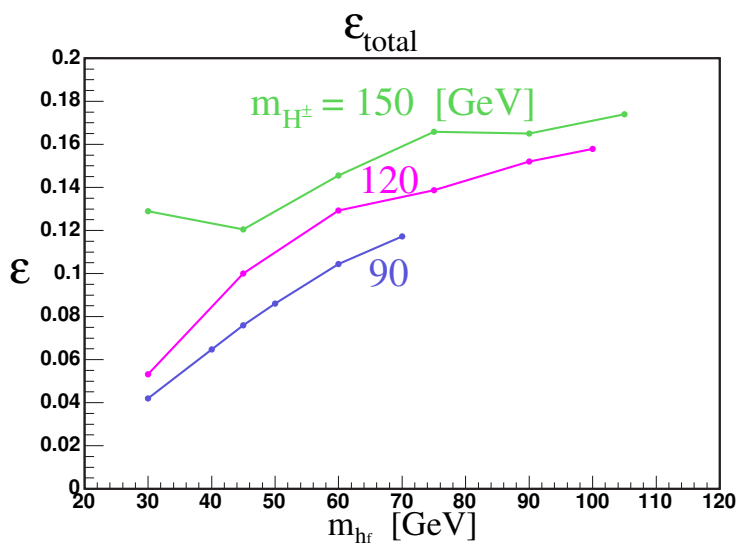


図 4.19: 総検出効率と m_{h_f} との関係

4.10 発見可能な h_f の質量領域

4.10.1 シグナル、バックグラウンドの事象数の見積もり

バックグラウンドに対してシグナルの事象がどのくらいあるかを調べるため、(4.23) 式の領域内にプロットをもたらす事象数をそれぞれ見積もる。

まず、シグナルの事象について考える。この場合、図 4.15 を見ても分かるように、領域内にプロットが存在する。しかも、その殆どが 2 組の $h_f \rightarrow 2\gamma$ 崩壊による不変質量である。事象の選択では signature である 4γ がカットされないように選んだので、エネルギー分解能による拡がりを考えなければ、1 事象につき 1 プロットが領域内に含まれる可能性が高い。したがって、(4.23) 式の領域内に含まれるプロットを与えた事象の数を 6 fb^{-1} あたりに換算したものがシグナルの事象数の見積もりとして妥当である。解析では、10000 事象中どれだけがそれに相当するかを数え、換算した。見積もった結果を表 4.3 に示す。 $m_{H^\pm} = 90 \text{ GeV}$ の場合はいずれも 20 イベント以上で高い数値となった。 $m_{H^\pm} = 120 \text{ GeV}$, 150 GeV の場合は、 m_{h_f} によっては $N_{\text{sig}} \leq 1$ である箇所がある。

次に、バックグラウンド事象について考える。(4.23) 式の領域内にプロットはほぼ存在しないので、シグナルの場合と同じような見積もり方はできない。領域は m_{h_f} に依存するため 1 事象につき 1 プロットが領域内に含まれるという根拠は全く無く、仮に信号を隠そうとするバックグラウンドがあるとすれば、それはたまたまその領域にプロットされたものである。よって、4.8.3 節内の方法によって作成したヒストグラムを fitting し、そこで得た関数の領域内での面積を事象数の見積もりとする。図 4.20 での fitting 関数は

$$f(x) = e^{-Ax+B} \quad (4.25)$$

であり、右上のパラメーターは

$$p0 : A \quad p1 : B$$

に対応している。またこのときのルミノシティは 17.755 fb^{-1} である。fitting によって係数 A, B が求まると、表 4.2 より (4.23) 式の領域が分かるので、面積は

$$S = \int_{m_{h_f}-2\sigma}^{m_{h_f}+2\sigma} f(x) dx \quad (4.26)$$

となる。これを 6 fb^{-1} あたりに換算すると、バックグラウンド事象数の期待値は

$$N_{\text{bkg}} = S \times \frac{6 [\text{fb}^{-1}]}{17.755 [\text{fb}^{-1}]} \quad (4.27)$$

のようにして求まる。 $m_{h_f} = 60 \text{ GeV}$, $m_{H^\pm} = 120 \text{ GeV}$ の場合を例にとると、図 4.20、表 4.2 の結果を (4.25) ~ (4.27) 式に代入し、

$$\frac{6}{17.755} \times \int_{55.21}^{64.79} e^{-(0.5134) \times x + 12.59} dx = 9.396 \times 10^{-8} \quad [\text{event}]$$

となる。その他の m_{h_f} , m_{H^\pm} パラメーターについても同様の計算を行った結果、表 4.4 を得た。

表 4.3 と表 4.4 を見くらべると明らかにバックグラウンドに対してシグナルの方が優位であることが分かる。 m_{h_f} の大きい領域はバックグラウンドが無いといっても過言ではないだろう。

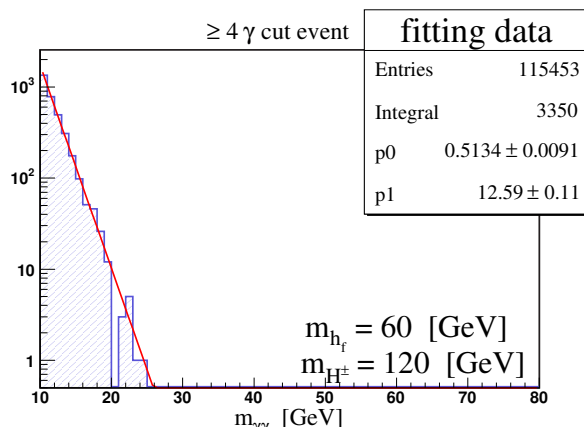


図 4.20: バックグラウンドの fitting

4.10.2 発見可能領域

前述の通り、バックグラウンドの事象数はシグナルに比べて非常に小さいことが分かった。ここで、バックグラウンドが無いと仮定する。この場合、実験で1事象以上観測されれば h_f の発見である。図 4.21 は各 m_{H^\pm} における 4fb^{-1} , 6fb^{-1} あたりに換算された真の事象数の期待値を m_{h_f} の関数として表したものである。発見可能な h_f の質量領域は、 $N_{\text{sig}} \geq 1$ となる領域に相当するので直線 $N_{\text{sig}} = 1$ との交点を読み取れば求まる。

その結果を示したのが表 4.5 である。 $m_{H^\pm} = 90\text{ GeV}$ の場合、本解析で調べたすべての領域内で $N_{\text{sig}} \geq 1$ を満たした。その他の場合はいずれも m_{h_f} がおよそ 96 GeV 以下の領域で発見可能であることが分かった。

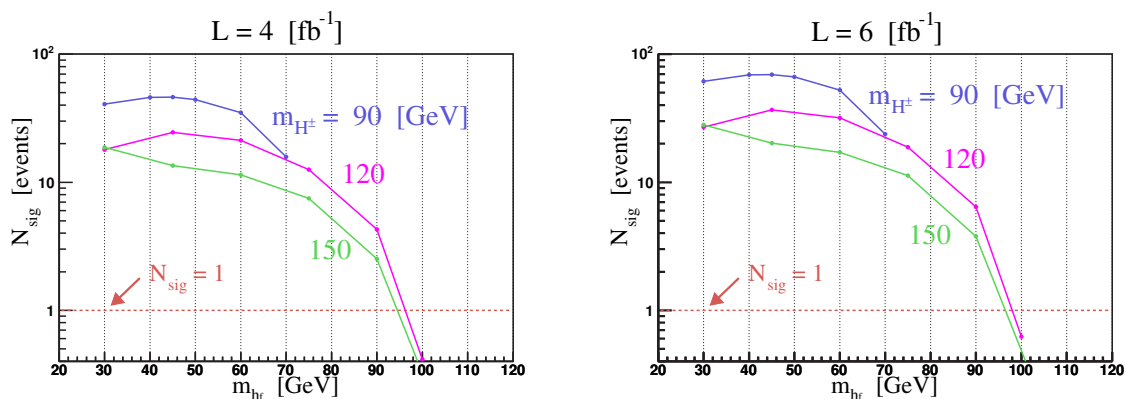


図 4.21: 真の事象数の期待値

$m_{H^\pm} = 90\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 120\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 150\text{GeV}$	
m_{h_f}	N_{sig}	m_{h_f}	N_{sig}	m_{h_f}	N_{sig}
30	61.21	30	26.98	30	28.06
40	69.09	45	36.81	45	20.25
45	69.26	60	31.84	60	17.15
50	66.36	75	18.84	75	11.24
60	52.37	90	6.42	90	3.78
70	23.71	100	0.622	105	0.175

表 4.3: 真の事象数の期待値 (6fb^{-1} あたり)

$m_{H^\pm} = 90\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 120\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 150\text{GeV}$	
m_{h_f}	N_{bkg}	m_{h_f}	N_{bkg}	m_{h_f}	N_{bkg}
30	6.995×10^{-1}	30	6.433×10^{-1}	30	7.035
40	3.032×10^{-3}	45	1.696×10^{-4}	45	2.782×10^{-4}
45	2.324×10^{-4}	60	9.396×10^{-8}	60	7.243×10^{-8}
50	1.487×10^{-5}	75	3.715×10^{-11}	75	5.014×10^{-11}
60	6.784×10^{-8}	90	3.638×10^{-14}	90	3.427×10^{-15}
70	1.235×10^{-10}	100	1.617×10^{-17}	105	1.043×10^{-18}

表 4.4: バックグラウンド事象数の期待値 (6fb^{-1} あたり)

4.11 観測事象数 0 の場合の h_f の質量除外領域

前節ではバックグラウンドは無いと仮定したが、見積もりの結果は厳密にはゼロではない。よって、仮に 1 事象観測されてもそれが真の事象でない可能性もある。本節では、実際の実験で残念ながら真の事象数が観測されなかった場合について議論する。

4.11.1 上限値 (upper limit)

実験での観測事象数がゼロまたはバックグラウンドに対して優位な超過が認められない場合、期待される事象数の上限値を決めることができる。4.10.1 での結果を考慮すると、このような状況が生じる時の観測事象数は真の事象、バックグラウンド合わせて 0 イベントか 1 イベント、多くて 2 イベントである。

ここで、上限値の求め方について説明する。

μ_s : 真の事象数の期待値 (平均値)

μ_b : バックグラウンドの期待値 (平均値)

とすると、その条件下で真の事象、バックグラウンドを合わせた観測事象数が n イベントで

m_{H^\pm} [GeV]	m_{h_f} の領域 [GeV]			
	4	[fb ⁻¹]	6	[fb ⁻¹]
90	30.0	~ 70.0	30.0	~ 70.0
120	30.0	~ 96.2	30.0	~ 98.0
150	30.0	~ 94.2	30.0	~ 96.2

表 4.5: 発見可能な質量領域

ある確率 $P(n)$ はポワソン分布で表される:

$$P(n; \mu_s + \mu_b) = \frac{(\mu_s + \mu_b)^n e^{-(\mu_s + \mu_b)}}{n!} \quad (4.28)$$

(4.28) 式は n に依存した分布関数である。ここで発想を転換させる。(4.28) 式の右辺を n 固定の上で μ_s に依存する関数であると解釈すると、その分布関数 $g(\mu_s)$ は実際に観測事象数が n であったときの真の事象数の期待値の分布を表す。つまり、

$$g(\mu_s) = N_1 \frac{(\mu_s + \mu_b)^n e^{-(\mu_s + \mu_b)}}{n!} \quad (4.29)$$

とする。ここで、変数を変えたことにより $0 \leq \mu_s \leq \infty$ での $g(\mu_s)$ の面積が 1 でなくなってしまうため、規格化定数として N_1 がかけられている。 N_1 は

$$\int_0^\infty g(\mu_s) d\mu_s = 1 \quad (4.30)$$

を満たすように定めればよい。この分布関数のグラフの概略は図 4.22(左) である。

真の事象数の期待値 μ_s がある値 μ_0 以下である確率 CL は

$$CL = \int_0^{\mu_0} g(\mu_s) d\mu_s \quad (4.31)$$

で表されるので、これを逆算して $CL = 0.90$ の時の μ_0 の値を求めることができる(図 4.22(右) 参照)。このようにして求めた μ_0 が「 μ_s に関する 90 % CL(信頼度) での上限値」と定められている。

(4.29) ~ (4.31) 式より

$$N_1 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n P(k; \mu_b)} \quad (4.32)$$

$$CL = 1 - N_1 \sum_{k=0}^n P(k; \mu_0 + \mu_b) \quad (4.33)$$

を得る(付録 B 参照)。解析では、 $n = 0 \sim 2$ の場合について、(4.33) 式に $CL = 0.90$ を代入し、Newton 法で数値計算することによってそれぞれのパラメータにおける μ_0 を求めた。

$n = 0$ の場合は、付録の (B.8) 式でも少しふれたが、 μ_0 は μ_s, μ_b の値に依らず全てのパラメーターにおいて

$$\mu_0(90\%CL) = 2.303 \quad (4.34)$$

である。 $n = 1, 2$ の場合は、 μ_0 は μ_b の値に依存するが、 m_{h_f} が大きい領域ではバックグラウンドの期待値が非常に小さいため μ_0 の値は殆ど同じである。

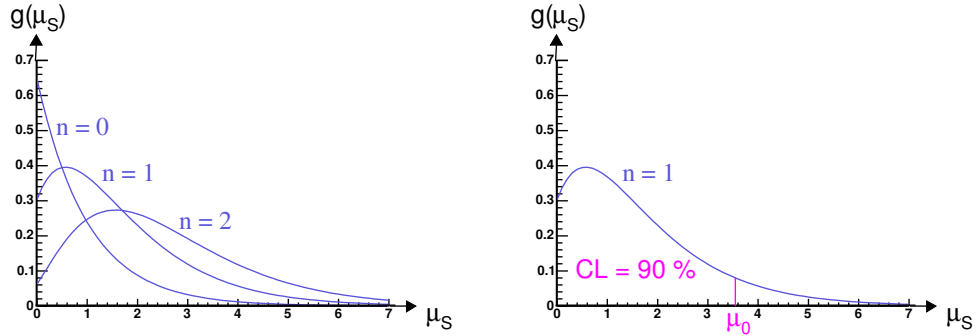


図 4.22: 真の事象数の期待値 μ_s の分布 ($\mu_b = 0.4343$ と設定)

4.11.2 cross section の上限値

90%CL の事象数の上限値が分かるとそこから cross section の上限値が求まる。考えているプロセスの事象数は

$$\sigma \times \varepsilon \times L$$

であるから、

$$\sigma^{90\%CL} = \frac{\mu_0}{\varepsilon \times L} \quad (4.35)$$

となる。上式を用いて $L = 6 \text{ fb}^{-1}$ の場合を計算した結果、表 4.6 を得た。それを m_{h_f} の関数にして cross section の理論値 (図 4.7) と重ね合わせたものが図 4.23 である。各図において実線が 90%CL での上限値、破線が理論値であり、それぞれ m_{H^\pm} の値によって色分けしている。図は上から順に $n = 0, 1, 2$ の場合である。仮に実際の実験でいずれかの図を得たとすると、プロセスの cross section が上限値より大きい事は論理的におかしいので、そのような領域に h_f は存在しないという事が言える。つまり、排除できる。各グラフにおいて、上限値と理論値との交点を読み取ることにより

$n = 0$ の場合

$$m_{h_f} \leq 70.0 \text{ GeV} \quad (m_{H^\pm} = 90 [\text{GeV}]) \quad (4.36)$$

$$m_{h_f} \leq 95.6 \text{ GeV} \quad (m_{H^\pm} = 120 [\text{GeV}]) \quad (4.37)$$

$$m_{h_f} \leq 93.6 \text{ GeV} \quad (m_{H^\pm} = 150 [\text{GeV}]) \quad (4.38)$$

$n = 1$ の場合

$$m_{h_f} \leq 70.0 \text{ GeV} \quad (m_{H^\pm} = 90 \text{ [GeV]}) \quad (4.39)$$

$$m_{h_f} \leq 93.0 \text{ GeV} \quad (m_{H^\pm} = 120 \text{ [GeV]}) \quad (4.40)$$

$$m_{h_f} \leq 89.6 \text{ GeV} \quad (m_{H^\pm} = 150 \text{ [GeV]}) \quad (4.41)$$

 $n = 2$ の場合

$$m_{h_f} \leq 70.0 \text{ GeV} \quad (m_{H^\pm} = 90 \text{ [GeV]}) \quad (4.42)$$

$$m_{h_f} \leq 91.2 \text{ GeV} \quad (m_{H^\pm} = 120 \text{ [GeV]}) \quad (4.43)$$

$$m_{h_f} \leq 87.0 \text{ GeV} \quad (m_{H^\pm} = 150 \text{ [GeV]}) \quad (4.44)$$

の領域が排除される事が分かった。ここで、解析で調べた領域が $m_{h_f} \geq 30 \text{ GeV}$ なので厳密には排除領域に下限がつくが、グラフの傾向より $m_{h_f} \leq 30 \text{ GeV}$ の領域で再び上限値が理論値より大きくなることはないだろうと予想したためここでは下限値を記していない。また、 $m_{H^\pm} = 90 \text{ GeV}$ の場合については、調べた領域内で上限値が理論値より大きくなるものは存在しなかった。

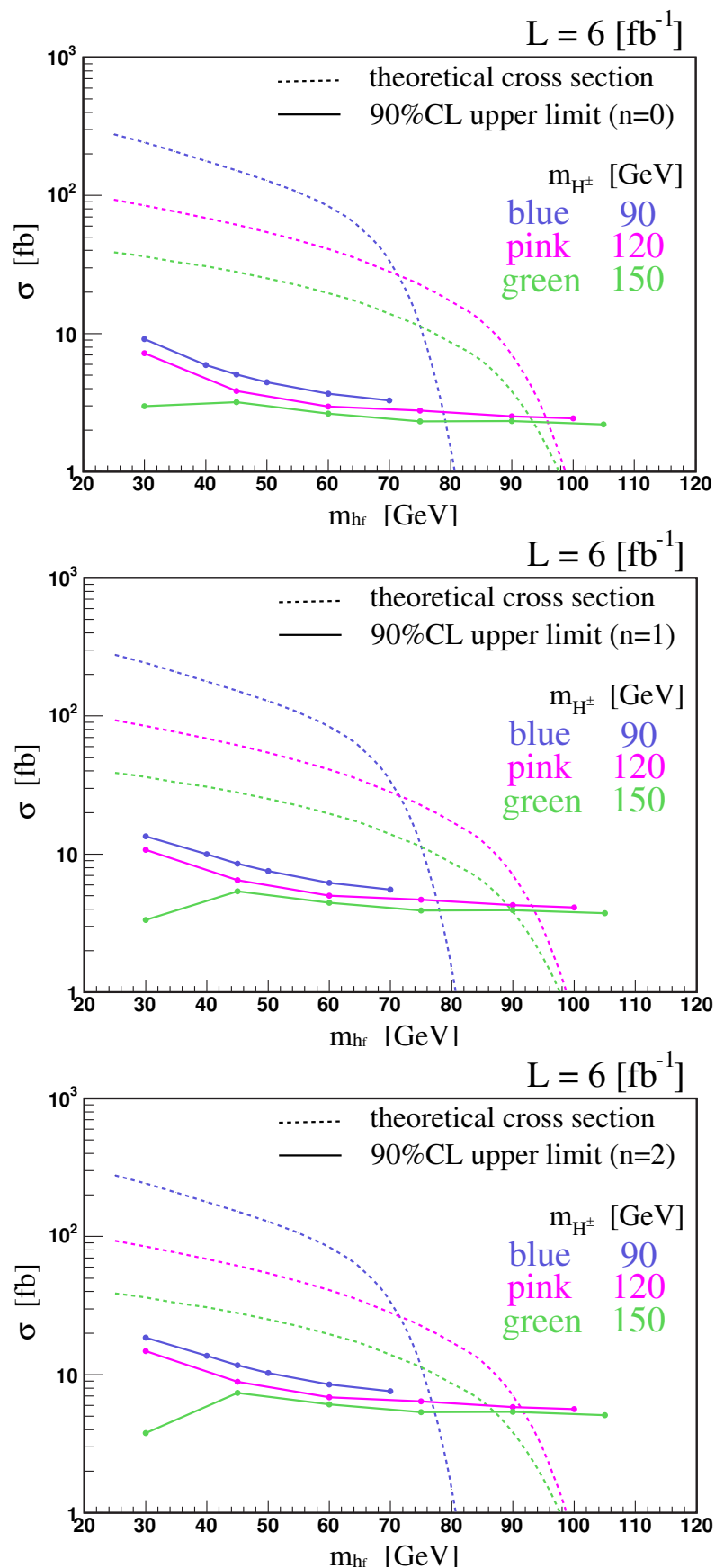


図 4.23: cross section の上限値

$m_{H^\pm} = 90\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 120\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 150\text{GeV}$	
m_{h_f}	$\sigma^{90\%CL}$	m_{h_f}	$\sigma^{90\%CL}$	m_{h_f}	$\sigma^{90\%CL}$
30	9.129	30	7.212	30	2.977
40	5.926	45	3.838	45	3.184
45	5.048	60	2.967	60	2.638
50	4.457	75	2.767	75	2.314
60	3.674	90	2.525	90	2.326
70	3.275	100	2.432	105	2.207

$m_{H^\pm} = 90\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 120\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 150\text{GeV}$	
m_{h_f}	$\sigma^{90\%CL}$	m_{h_f}	$\sigma^{90\%CL}$	m_{h_f}	$\sigma^{90\%CL}$
30	13.486	30	10.743	30	3.337
40	10.003	45	6.483	45	5.378
45	8.526	60	5.013	60	4.456
50	7.529	75	4.674	75	3.909
60	6.206	90	4.265	90	3.929
70	5.532	100	4.108	105	3.728

$m_{H^\pm} = 90\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 120\text{GeV}$		$m_{H^\pm} = 150\text{GeV}$	
m_{h_f}	$\sigma^{90\%CL}$	m_{h_f}	$\sigma^{90\%CL}$	m_{h_f}	$\sigma^{90\%CL}$
30	18.526	30	14.783	30	3.768
40	13.690	45	8.871	45	7.359
45	11.667	60	6.859	60	6.097
50	10.301	75	6.395	75	5.349
60	8.492	90	5.836	90	5.376
70	7.570	100	5.621	105	5.101

表 4.6: 図 4.23 における上限値の詳細値

第5章 まとめ

従来の h_f 探索プロセス「 $p\bar{p} \rightarrow Vh_f$ (V:vector bosons)」において、 $\tan\beta$ の大きい領域は抑制されるため考慮されていなかった。この領域で抑制されない新しい探索プロセス「 $p\bar{p} \rightarrow H^\pm h_f$ 」は H^\pm, h_f の崩壊により 4γ という強い信号を持つ。

ジェネレーターレベルでの解析の結果、終状態の γ から得られる 2 組の 2γ 不変質量を大小に分けプロットする方法で、バックグラウンドに比べ非常に優位な信号を捕える事が可能と分かった (図 4.15 参照)。この時の総検出効率はおよそ 5% ~ 15% である。また、もし自然界に 30 GeV ~ 105 GeV の h_f が存在すれば、上記方法による発見が可能な質量領域はルミノシティ 6fb^{-1} で

$$\begin{aligned} 30.0\text{GeV} &\sim 70.0\text{GeV} & (m_{H^\pm} = 90\text{GeV}) \\ 30.0\text{GeV} &\sim 98.0\text{GeV} & (m_{H^\pm} = 120\text{GeV}) \\ 30.0\text{GeV} &\sim 96.2\text{GeV} & (m_{H^\pm} = 150\text{GeV}) \end{aligned}$$

である。 h_f はこのプロセスによって現在稼働中の加速器 Tevatron での発見の可能性を持つ。

残念ながら実際の観測事象数がゼロであった場合、もしくはプロットが少すぎてシグナルかバックグラウンドか判断できず未発見と結論づけられた場合でも、質量領域

0 イベントの場合 (6fb^{-1} あたり)

$$\begin{aligned} m_{h_f} &\leq 70.0 \text{ GeV} & (m_{H^\pm} = 90 [\text{GeV}]) \\ m_{h_f} &\leq 95.6 \text{ GeV} & (m_{H^\pm} = 120 [\text{GeV}]) \\ m_{h_f} &\leq 93.6 \text{ GeV} & (m_{H^\pm} = 150 [\text{GeV}]) \end{aligned}$$

1 イベントの場合 (6fb^{-1} あたり)

$$\begin{aligned} m_{h_f} &\leq 70.0 \text{ GeV} & (m_{H^\pm} = 90 [\text{GeV}]) \\ m_{h_f} &\leq 93.0 \text{ GeV} & (m_{H^\pm} = 120 [\text{GeV}]) \\ m_{h_f} &\leq 89.6 \text{ GeV} & (m_{H^\pm} = 150 [\text{GeV}]) \end{aligned}$$

の h_f が除外できる事が分かった。

今後さらに測定器の詳細な設定によるシミュレーションを行い、検出器の不感領域や実際の衝突事象時の応答特性なども考慮し、実際のデータとも比較しながら検出可能性を検討していく必要がある。また、今回考えたもの以外で同じく 4γ をもたらす

- $p\bar{p} \rightarrow H^+ H^-$
- $p\bar{p} \rightarrow H^\pm A$
- $p\bar{p} \rightarrow Ah_f$

のプロセスも考慮するとより良い結果が得られるかもしれない。

付録 A 標準正規分布乱数発生プログラム

密度関数が

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.1})$$

の分布を、平均 μ 、分散 σ^2 の正規分布といい、 $N(\mu, \sigma^2)$ と書く。その中でも、 $\mu = 0$ 、 $\sigma^2 = 1$ の $N(0, 1)$ の分布の事を標準正規分布といい、ここからはそれについて取扱う。従って、密度関数は

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (\text{A.2})$$

となる。

標準正規分布の乱数の発生方法の1つとして知られているのが、Box-Muller法(極座標法)である。そしてその原理は大まかに次のようになる。

x, y を平均0、分散1の独立な正規乱数とすると、それぞれの密度関数は $e^{-\frac{x^2}{2}}, e^{-\frac{y^2}{2}}$ に比例する。よって同時分布の密度関数はこれらの積

$$e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-\frac{y^2}{2}} = e^{-\frac{s}{2}} \quad (\text{A.3})$$

$$(s = x^2 + y^2 \quad (s \geq 0))$$

に比例する。密度関数が $e^{-\frac{s}{2}}$ に比例する分布の分布関数は、密度関数を積分することによって得られ、

$$F(s) = -e^{-\frac{s}{2}} + C \quad (C: \text{積分定数}) \quad (\text{A.4})$$

となる。ここで、 $s \rightarrow \infty$ の時 $F(s) \rightarrow 1$ の条件から、積分定数は1となり、結局、分布関数は

$$F(s) = 1 - e^{-\frac{s}{2}} \quad (\text{A.5})$$

となる。

このような乱数 s を作るには、 $0 \leq U < 1$ の一様乱数 U を分布関数の逆関数で変換すればよく、ここでは

$$s = F^{-1}(U) = -2 \log_e(1 - U) \quad (\text{A.6})$$

である。この $s = x^2 + y^2$ を x, y に分けるには、 $0 \leq \theta < 2\pi$ の一様乱数 θ を用いて

$$\begin{cases} x = \sqrt{s} \cos \theta \\ y = \sqrt{s} \sin \theta \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

とすれば良い。すなわち、上記の x, y を交互にひっぱり出すことによって標準正規分布の乱数が得られる。

簡単な例として、フォートランでは

```
N=100000
DO I=1,N
  T=SQRT(-2*LOG(1-RAND()))
  U=2*3.14159265358979*RAND()
  X=MOD(I,2)*T*COS(U)+MOD(I+1,2)*T*SIN(U)
END DO
```

とすればよい。この結果をヒストグラムにすると、次のようになる。

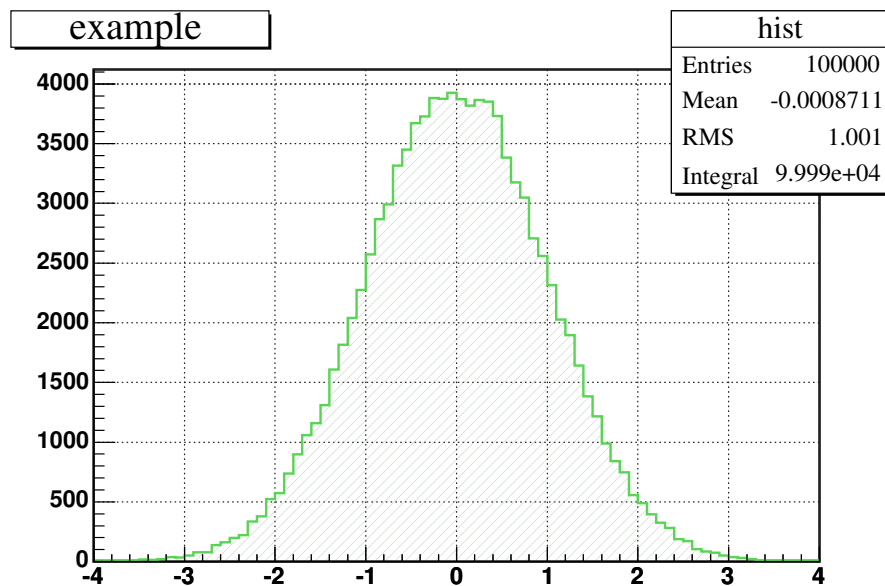


図 A.1: 正規分布乱数の発生によって得られたヒストグラム

付録B 4.11.1における計算の詳細

本文中の (4.30)、(4.31) 式から (4.32)、(4.33) 式を導く過程の詳細をここに記述する。
すなわち、

$$g(\mu_s) = N_1 \frac{(\mu_s + \mu_b)^n e^{-(\mu_s + \mu_b)}}{n!} \quad (\text{B.1})$$

$$\int_0^\infty g(\mu_s) d\mu_s = 1 \quad (\text{B.2})$$

より規格化定数 N_1 を求める事と

$$CL = \int_0^{\mu_0} g(\mu_s) d\mu_s \quad (\text{B.3})$$

$$= 1 - N_1 \sum_{k=0}^n P(k; \mu_0 + \mu_b) \quad (\text{B.4})$$

となる事を示すのが、ここでの目的である。

まず、準備として2つほどあらかじめ計算をしておく。1つめは

$$f(t) = \int \frac{t^n e^{-t}}{n!} dt \quad (\text{B.5})$$

の不定積分の計算である。これは部分積分を使うと

$$\begin{aligned} f(t) &= \int \frac{t^n e^{-t}}{n!} dt \\ &= -\frac{t^n e^{-t}}{n!} + \int \frac{t^{n-1} e^{-t}}{(n-1)!} dt + \text{const.} \\ &= -\frac{t^n e^{-t}}{n!} - \frac{t^{n-1} e^{-t}}{(n-1)!} + \int \frac{t^{n-2} e^{-t}}{(n-2)!} dt + \text{const.} \\ &= -\frac{t^n e^{-t}}{n!} - \frac{t^{n-1} e^{-t}}{(n-1)!} - \dots - \frac{t^2 e^{-t}}{2!} - t e^{-t} - e^{-t} + \text{const.} \\ &= -\sum_{k=0}^n \frac{t^k e^{-t}}{k!} + \text{const.} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

となる。次に $\mu^n e^{-\mu}$ の $\mu \rightarrow \infty$ の極限值は

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} (\mu^n e^{-\mu}) = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{\mu^n}{e^\mu}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{\mu^n}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mu^k}{k!}} \\
&= \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{1}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mu^{k-n}}{k!}} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{B.7}$$

となる。以上をふまえて計算する。

規格化定数 N_1 は (B.2) 式を満たすので

$$\begin{aligned}
&\int_0^{\infty} g(\mu_s) d\mu_s = 1 \\
\Leftrightarrow \int_0^{\infty} N_1 \frac{(\mu_s + \mu_b)^n e^{-(\mu_s + \mu_b)}}{n!} d\mu_s &= 1 \\
\Leftrightarrow N_1 \int_{\mu_b}^{\infty} \frac{t^n e^{-t}}{n!} dt &= 1 \quad (t = \mu_s + \mu_b \text{ と置換}) \\
\Leftrightarrow -N_1 \left[\sum_{k=0}^n \frac{t^k e^{-t}}{k!} \right]_{\mu_b}^{\infty} &= 1 \quad ((B.6) \text{ 式より}) \\
\Leftrightarrow N_1 \sum_{k=0}^n \frac{\mu_b^k e^{-\mu_b}}{k!} &= 1 \quad ((B.7) \text{ 式を使用})
\end{aligned}$$

となるから、これよりである。ちなみに $n = 0$ の場合、

$$\begin{aligned}
CL &= 1 - \frac{e^{-(\mu_0 + \mu_b)}}{e^{-\mu_b}} = 1 - e^{-\mu_0} \\
\Leftrightarrow \mu_0 &= -\log(1 - CL)
\end{aligned} \tag{B.8}$$

となり、上限値 μ_0 は μ_b に依らない。

謝辞

本研究にあたってご指導いただきました奥沢 徹先生、清矢 良浩先生、山本 和弘先生には心から感謝致します。研究方法の初歩から、研究の内容、展開、素粒子物理の基礎、計算機の使い方に至るまで丁寧にご指導いただきました。また、研究のみならず、社会事情や歴史など様々な知識をお教え下さったり、時には吉野の桜見物に連れていただいたり、修士課程の2年間を有意義にかつ楽しく過ごす事ができました。本当にありがとうございました。

また、筑波大学博士課程の小林 博和さんにも物理のイメージやPYTHIAでの細かな設定など研究を進める上で大変お世話になりました。ありがとうございました。

同研究室学生の平本 潤一氏、脇坂 隆之氏、東田 翼氏、さらに同期の原子核物理研究室学生の皆さんにもお世話になりました。

また、こんなに楽しい学生生活を送らせて頂き、精神面、経済面において支えて下さった家族に心から感謝します。

最後に、ここに書ききれなかった方々を含め、学生生活の中でお世話になった全ての人達に心から感謝致します。本当にありがとうございました。

関連図書

- [1] H.E.Haber, G.L.Kane, and T.Sterling , Nucl.Phys.B161 493-532 (1979)
- [2] A.G.Akeroyd , Phys.Rev.D67.095007 / arXiv : hep-ph/0301203 v1 (2003)
- [3] Torbjörn Sjöstrand et al. Web ページ <http://www.thep.lu.se/~torbjorn/Pythia.html>
マニュアル PYTHIA6.2 , arXiv : hep-ph/0108264 (2001) / PYTHIA6.3 , arXiv :
hep-ph/0308153 (2003)
- [4] A.G.Akeroyd , Nucl.Phys. B544 557-575 / arXiv : hep-ph/9806337 v2 (1998)
- [5] D.H.Perkins , Introduction to High Energy Physics (4th edition)
- [6] F. ハルツェン , A.D. マーチン 著 , 小林 澈朗 , 広瀬 立成 共訳 , 『クォークとレプトン - 現代素粒子物理学入門 - 』
- [7] 真木 晶弘 著 , パリティ物理学コース 『高エネルギー物理学実験』